

LEZIONE 19— 12 Maggio 2003

Analisi dell'esercizio F. 18.1 .IV. *Quale risultato fornisce una calcolatrice scientifica se si batte la seguente successione di tasti?*

$$3x4 + 2)x(5+1$$

Gli studenti danno 3 differenti risposte, ricavate dalle loro calcolatrici scientifiche:

- .il risultato è 84, la calcolatrice calcola $(3x4+2)x(5+1)$,
- .il risultato è 24, cioè $3x4+2x(5+1)$,
- .il risultato è un messaggio d'errore (*error*).

Nei primi due casi la calcolatrice, di fronte ad una espressione sintatticamente non corretta, viene in aiuto all'utilizzatore e corregge la scrittura, nel terzo caso rifiuta di eseguire il calcolo.

Il professore rileva che questo problema, per una classe alla fine del ciclo elementare, può dare spunto ad una discussione: quali completamenti legittimi vi sono di quella scrittura? Le nostre calcolatrici ne hanno trovato due.

Le calcolatrici più sofisticate (e utili!) sono quelle che rilevano semplicemente l'errore e non tentano alcuna correzione, mentre le altre calcolatrici possono essere rischiose in quanto possono «interpretare le intenzioni» di colui che esegue i calcoli in modo non corrispondente a tali intenzioni.

L'attività (pensando di portarla in classe) è interessante perché mostra quanto sia convenzionale la scrittura dei calcoli.

Secondo esercizio: *Quale risultato fornisce una calcolatrice scientifica se si batte la seguente successione di tasti?*

$$2x(3+4x(5+6x(7+8x(9+ 10x(1 +2x(3+4))))))$$

Sintatticamente la formula è corretta, vi sono 6 parentesi aperte e 6 chiuse.

Anche in questo caso le risposte sono varie: ad uno studente il calcolatore si blocca alla seconda parentesi, ad un altro alla quarta, il calcolatore di altri è in grado di eseguire l'intero calcolo. Il professore spiega che questo comportamento differenziato dipende dalla struttura del calcolatore, in particolare dal numero di memorie interne che questo possiede: i calcolatori aritmetici hanno una sola memoria, quelli scientifici ne hanno un numero maggiore e le

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova
MATEMATICA II

impiegano ogni volta che devono lasciare in sospeso un calcolo, cioè quando incontrano una parentesi. Così un calcolatore con 2 sole memorie può eseguire un'espressione con un'unica parentesi; se ne ha 4, può svolgere espressioni con 3 parentesi annidate (una dentro l'altra); per eseguire l'intero calcolo indicato sopra sono necessarie almeno 7 memorie interne.

Complessivamente, gli esercizi proposti dimostrano che le calcolatrici non sono onnipotenti (secondo esercizio), e che possono essere *oneste* o più *rischiose* (primo esercizio): oneste se, di fronte ad una scrittura errata, rispondono con un messaggio di errore, rischiose se propongono una correzione, magari arbitraria, della scrittura dei calcoli.

Tornando al secondo esercizio, uno studente osserva correttamente che se il calcolatore avesse eseguito i calcoli partendo dalla parentesi più interna, non vi sarebbe stato alcun motivo di lasciare in sospeso calcoli.

Il professore dice che il programma di un calcolatore scientifico, espresso a parole, potrebbe essere il seguente: *percorri l'espressione data da sinistra verso destra, alla prima parentesi chiusa che trovi cerca alla sua sinistra la corrispondente aperta ed esegui i calcoli tra contenuti tra tali parentesi, poi procedi verso destra sino alla successiva parentesi chiusa ed ancora cerca la corrispondente aperta, esegui i calcoli...., e così di seguito.*

Nuovo argomento: *utilità di strani comportamenti della calcolatrice aritmetica (foglio F 19-1).*

Esercizio A

Il professore ricorda che se si batte la seguente sequenza di tasti

$2+3=$ = = a seconda della calcolatrice utilizzata si possono avere tre comportamenti diversi:

- . 5, 0, 0, 0
- . 5, 5, 5, 5
- . **5, 8, 11, 15**

La calcolatrice aritmetica del tipo più evoluto, il terzo, può essere utile per risolvere alcuni problemi, che diversamente non potrebbero essere svolti. Ad esempio il seguente:

Compro 4 Kg di pere da 1,50 euro al Kg e 3 Kg di nespole da 5,50 euro al Kg. Quanto spendo?

Il calcolo da eseguire è analogo al seguente:

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova
MATEMATICA II

$$37,51 \times 18,27 + 19,42 \times 4 =$$

Il risultato della prima moltiplicazione è **685,31**. Se successivamente digitassi $19,42 \times 4$, otterrei un risultato sbagliato, perché la calcolatrice moltiplicherebbe per quattro il risultato di $37,51 \times 18,27 + 19,42 = 704,73$.

La calcolatrice aritmetica non segue la gerarchia, non conosce la priorità della moltiplicazione sull'addizione.

Se invece, dopo $19,42$, batto = per quattro volte, la calcolatrice esegue il seguente calcolo:
 $37,51 \times 18,27 + 19,42 + 19,42 + 19,42 + 19,42 = 762,99$

... ed ottengo così il risultato voluto.

La calcolatrice ha memorizzato internamente $19,42$, unitamente al segno $+$, e ogni volta che ho premuto $=$, ha eseguito l'operazione $+ 19,42$.

Questo esercizio può essere utile perché dimostra ai bambini che la moltiplicazione in certi casi E' UNA ADDIZIONE RIPETUTA.

6x5 significa 6 ripetuto 5 volte = $6+6+6+6+6$

NOTA: Ma non è sempre vero che la moltiplicazione è un'addizione ripetuta, non è questo il caso della moltiplicazione tra numeri decimali. Questo capita frequentemente nei problemi di determinazione dell'area, e (dal punto di vista TEORICO) non ci si può ricondurre sempre a calcoli tra numeri interi (moltiplicando per opportune potenze di 10), ad esempio nei problemi relativi al cerchio ove è presente $=3,14 \dots$

Esercizio B

Tratta l'esecuzione delle potenze con la calcolatrice aritmetica.

Si consideri il calcolo seguente

$$37,51 \times 1,27^5$$

Per quanto riguarda la moltiplicazione la calcolatrice, in caso di tasto = ripetuto, può fornire tre risultati diversi:

0

numero sul display x moltiplicando
numero sul display x moltiplicatore

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova
MATEMATICA II

Con una calcolatrice del terzo tipo il calcolo presentato può essere eseguito come segue

Tasti battuti	Numero Sul display	In memoria
37,51	37,51	
x	37,51	37,51 _x
1,27	1,27	37,51 _x
-	47,64	1,27 _x
-	60,50	1,27 _x
-	76,83	1,27 _x
-	97,58	1,27 _x
-	123,93	1,27 _x

Si è ottenuto

$$37,51 \times 1,27^5 = 123,93$$

Questo esercizio serve a chiarire ai bambini che la potenza è una moltiplicazione ripetuta, e può essere l'occasione per chiarire che la potenza, nell'esecuzione dei calcoli, ha la priorità rispetto alla moltiplicazione. Ad esempio nell'area del cerchio

$$A = r^2$$

si deve prima fare il quadrato del raggio, poi moltiplicare per pi greco. E' come se si scrivesse

$$A = (\pi r^2)$$

Ma le parentesi non sono necessarie (per convenzione!).

Il professore ha infine esaminato il seguente calcolo $(1,12+3,51)^4 \times 18,27 =$

Per eseguire questo esercizio ci vuole una calcolatrice del secondo tipo, di quelle che memorizzano il moltiplicando. Il calcolo si svolge come segue:

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova
MATEMATICA II

Tasti battuti	Numero sul display	In memoria
1,12	1,12	
+	1,12	1,12 ₊
3,51	3,51	
x	4,63	4,63 _x
18,27	18,27	4,63 _x
=	84,59	4,63 _x
=	391,65	4,63 _x
=	1813,35	4,63 _x
=	8395,81	4,63 _x

E' superiore la calcolatrice aritmetica che memorizza il moltiplicando, o quella che memorizza il moltiplicatore? Il primo tipo, poiché questo è in grado di eseguire sia il primo calcolo proposto, commutando i fattori, che il secondo. La calcolatrice che memorizza il moltiplicatore non è in grado di eseguire il secondo calcolo, nemmeno applicando la proprietà commutativa:

$$18,27 \times (1,12 + 3,51)^4$$

Una calcolatrice che memorizza il moltiplicatore dà un risultato errato già sul primo calcolo, perché esegue $18,27 \times 1,21$, senza tener conto della parentesi.

Si noti che per la calcolatrice aritmetica in generale non vale la proprietà commutativa, nell'esecuzione dei calcoli, rispetto alla loro scrittura algebrica ordinaria.

Infatti una calcolatrice aritmetica calcola $2+3 \times 4$ con risultato 20, e $3 \times 4+2$ con risultato 14.