

LEZIONE 12: 07/04/03

## **NUMERI DECIMALI E MISURE**

Verbale a cura di Nobile Sabrina

Discussione sugli elaborati della volta precedente: analizzare 3 strumenti (2 di misura diretta e 1 di misura indiretta) per capire loro potenzialità e loro limiti come strumenti che danno senso a determinati invarianti operatori del concetto di numero decimale e del concetto di misura.

### **1. Righello muto**

Studente: un possibile problema per i bambini con il righello normale era il fatto che vedevano sul righello scritto, ad esempio, 5 all'inizio del segmento e vedevano che finiva ad 8,5; i bambini dovevano farsi la sottrazione  $8,5-5$  per vedere quanto era la lunghezza e invece con il righello muto, non essendoci i numeri, contano direttamente le tacche e non devono stare lì a fare la sottrazione quindi sono più tranquilli

Professore: su quale concetto va a incidere di più?

Studente: secondo me aiuta a considerare la lunghezza come spazio e non a legarsi agli indici numerici che sono sul righello

Professore: **attenzione**, non è la stessa cosa: il vostro collega ha detto che il righello muto non solo evita la confusione degli indici numerici, ma aiuta anche a considerare la misura come numero di parti prescindendo dagli indici numerici. Non è la stessa cosa!

Professore: il righello muto ha dei limiti nei confronti del righello normale?

Studente: come abbiamo detto già la volta precedente non è gestibile per la sottrazione di misure

Professore: **attenzione**, se avete letto i Programmi del 1985 trovate che la misura delle grandezze geometriche fa parte della geometria ma la misura non è solo aspetto geometrico, è anche aspetto numerico; in effetti abbiamo la misura di lunghezza come relazione tra il dominio geometrico dei segmenti e il dominio dei numeri. Quindi la complessità della misura dipende dal fatto che io parto da

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova  
**MATEMATICA II**

un dominio geometrico fatto di segmenti, e ad ogni segmento attribuisco, secondo una certa unità di misura, un numero.

Nel caso del righello muto, la potenzialità è che attira l'attenzione su quante volte l'unità di misura è contenuta nel segmento. Se non ho i numeri, sono costretto a ragionare domandandomi «quanti cm ci stanno?», «quanti mm ci stanno?» e a questo punto dirò ,ad es., «8 cm e 2 mm» contandoli.

**Il limite però qual è? Il limite è che mancano i numeri:** non potrei fare un lavoro completo solo con il righello muto, ho bisogno anche di riportare misure date sul righello e di leggere misure sul righello attraverso i numeri.

Un esercizio importante del tipo:

«riporto 7.6 cm su una certa scala» non si può fare con il righello muto, quindi potremmo dire che il rapporto tra segmenti e numeri viene a mancare sul versante dei numeri.

**Il righello muto è un buono strumento per lavorare a fondo su quante volte l'unità di misura è contenuta in un segmento; quindi il concetto di misura sul versante geometrico;** invece lo strumento ha dei limiti sul versante aritmetico.

**E' uno strumento ottimo, però come tutti gli strumenti è limitato**

Studente: non si valutano quindi le singole tacche ma ad es. quante volte riporto

Professore: sì, sostanzialmente io devo contare tanti cm e tanti mm...

Studente: io, pensando alle singole tacche, facevo comunque il discorso sul valore posizionale delle cifre e delle regole della virgola che si introducono implicitamente senza concettualizzarle

Professore: difficile riuscire a fare ciò sul righello muto...

**Attenzione,** un'ulteriore potenzialità è quella che il righello muto **consente di lavorare bene sugli invarianti operatori della misura (in termini quindi anche di proprietà)** perché prendo un pezzo, guardo quanti cm ci sono, aggiungo i mm che ci sono dopo, che avanzano... E' un lavorare sui segmenti.

Un altro vantaggio è quello che consente ai ragazzini di fine II elementare, inizio III, che hanno già imparato a misurare , di fissare bene se sono **cm o mm, cioè di dare un senso agli ordini di grandezza, all'unità di misura,** perché sono loro che si abituanano a considerare le tacche lunghe come cm e vedendo scritto 8, allora dicono 8 cm, senza pensarci tanto; vedendo tacche lunghe e tacche corte senza numeri si interrogano sul loro valore.

E' uno strumento interessante, ma naturalmente non completo. Ripeto:

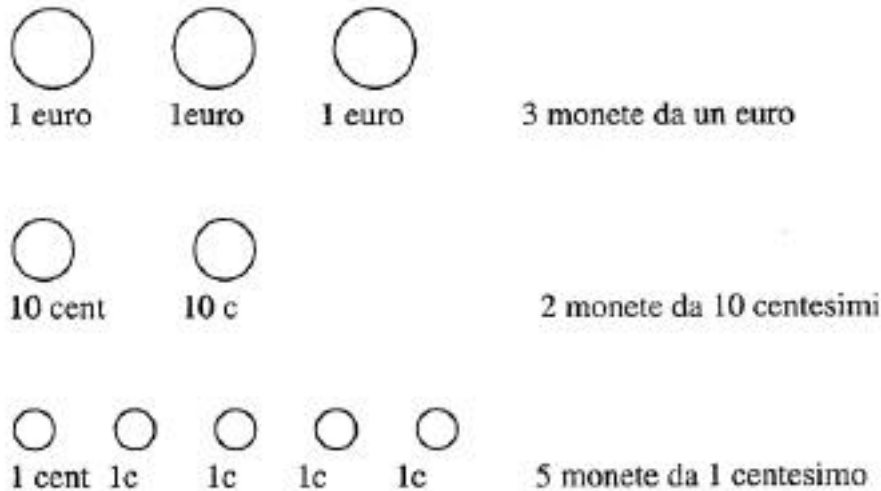
non c'è nessuno strumento che risolve tutti i problemi didattici!

## 2. Abaco delle monete

Professore: qual è una potenzialità che abbiamo anche detto la volta scorsa?

**Consente di dare una rappresentazione significativa forte dei numeri decimali;** facciamo questo esempio:

se io ho 3.25 euro:



ho un **aiuto forte a distinguere il valore posizionale delle cifre**: 2 non sono degli astratti convenzionali decimi ma sono dei decimi che hanno un forte significato sociale convenzionale.

Ricordiamo però che **manca la dimensione percettiva che invece è forte nel caso del righello**.

Studente: lavorare con l'abaco delle monete diventa più complicato rispetto ai numeri puri, ad esempio per la sottrazione, le monete confondono, nell'esecuzione dei calcoli.

Professore: **attenzione**, noi rischiamo di avere con i numeri puri uno schema senza significati di supporto. Vorrei richiamare l'attenzione sull'intervento che ha fatto la vostra collega perché mi sollecita ad affrontare una questione molto importante, la questione dell'insegnamento delle tecniche di calcolo. Ricordiamo che le tecniche standard di calcolo scritto delle operazioni aritmetiche sono schemi. Nella terminologia di Piaget ripresa da Vergnaud «schema è un comportamento umano, invariante per classi di situazioni simili». Si tratta di quei comportamenti ai quali si arriva per adattamento, sono quei comportamenti che hanno come fondamento le proprietà, gli invarianti operatori dei concetti.

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova  
**MATEMATICA II**

Il problema che ha posto la vostra collega è di fatto il seguente:

**quale relazione tra rapidità/efficacia/esecuzione senza pensarci su e comprensione/controllo?**

Tecniche di calcolo (schema) Piaget-Vergnaud	<p>I. rapidità/efficacia/esecuzione senza pensarci su</p> <p>2. comprensione/controllo</p>
--	--

Nella padronanza degli schemi di calcolo, (ad esempio, la tecnica di calcolo scritto della sottrazione, della moltiplicazione, della divisione, della radice quadrata).. quando non c'era la possibilità di fare calcoli con strumentazioni specifiche e i calcoli venivano fatti a mano. si aveva bisogno di rapidità, efficacia ed esecuzione senza pensarci troppo.

Oggi il problema è completamente ribaltato perché abbiamo gli strumenti di calcolo e quindi l'accento va messo su comprensione e controllo.

Nei Programmi del 1985 della scuola elementare ricorderete che quando si parla di tecniche di calcolo si dice che le tecniche di calcolo dovranno essere imparate comprendendole.

Nel caso delle monete, si lavora nel capire l'operazione di riporto che non è una operazione meccanica, ma è una operazione di prendere in prestito ad es. 1 euro per farlo diventare 10 monete da 10 centesimi. Pensare a ciò rallenta il calcolo perché devo pensare a quello che sto facendo, però mi garantisce un riferimento significativo.

Facendo un esempio che non c'entra con i decimali, pensiamo al calcolo scritto della moltiplicazione per gli interi:

$325 \times 24 =$  $\begin{array}{r} 1300 \\ 650 - \\ \hline 7800 \end{array}$	<p><u>Che senso ha la lineetta?</u></p>	<p>Ma posso fare così:</p> $325 \times 24 =$  $325 \times 4 + 325 \times 20 =$ <u>passo attraverso un invariante operatorio, la proprietà distributiva, che diventa in questo caso:</u> $325 \times 4 = 1300$ $325 \times 20 = 6500$ sommando viene 7800
--	---	--

Non si capisce l'uso della lineetta (nel primo caso) perché **650** - non è **650** ma è **6500** e allora capire perché l'operazione si impara (dal punto di vista del controllo) nel secondo modo e non nel

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova  
**MATEMATICA II**

primo: **nel primo caso l'apprendimento è meccanico, nel secondo caso si può realizzare un apprendimento significativo per proprietà.**

E' un problema di ideologia pedagogica, di fondamento: vogliamo comprensione o vogliamo rapidità ed efficacia?

Oggi, disponendo di potenti strumenti di calcolo facili da usare, dovremmo preferire «spingere» nel senso del controllo, del ragionamento piuttosto che sulla velocità di calcolo, senza il tempo di ragionarci.

Studente: si devono insegnare tutti e due i metodi, uno alla volta o uno solo?

Professore: un'idea è che all'inizio si deve puntare molto sulla comprensione e sul controllo e poi gradualmente si automatizza il procedimento. Non si automatizzerà però a livello spinto dell'esecuzione di una moltiplicazione o una divisione tra un numero a 8 cifre e uno a 3 cifre in poche decine di secondi.

Studente: nella mia esperienza di tirocinio l'insegnante mi ha lasciato il compito di insegnare la sottrazione con il riporto. Secondo me, preparare la lezione basata sulla comprensione, sul ragionamento suppone un maggior impegno da parte dell'insegnante perché si deve preparare ad affrontare tutti i tipi di risposte, è molto più facile affrontare una lezione in cui si spiega una tecnica che pensare alle domande dei bambini. I bambini hanno i propri tempi, modi, non è così semplice gestire il lavoro in classe come nel caso dell'insegnamento meccanico di una tecnica: c'è un impegno maggiore ...ma il bambino comprende realmente ciò che si fa

Professore: la variabile insegnante è molto importante. Quando è in gioco la comprensione mettiamo in gioco non solo la rapidità di comprensione e ciò che dicono (e pensano) i bambini, ma anche un'altra cosa molto delicata da gestire: una strategia che può andare bene per un bambino può non andare bene per un altro, parlando di comprensione. Quindi i tempi, che diceva la vostra collega, si allungano e l'impegno dell'insegnante cambia di qualità.

Studente: io avevo un dubbio sull'abaco delle monete, nel senso che è vero che è una situazione di riferimento ottimale per la comprensione del meccanismo, però con i bambini che hanno difficoltà con l'astrazione non si corre il rischio che restino legati alla concretezza dell'abaco..?

Professore: Nell'impostazione di Vergnaud, il riferimento al senso deve rimanere permanente nella padronanza dei concetti; e l'astrazione va riferita non al concetto ma alla situazione di

riferimento (cioè una persona possiede un concetto a livello astratto se è in grado di disporre di situazioni di riferimento caratterizzate da un buon grado di astrazione). Ad esempio, si può chiedere «in quanti modi si può rappresentare 10 con le monete dell'euro oppure con i numeri?». Ho il ponte verso il distacco dal riferimento concreto.

### **3. Cilindro graduato**

studente: le potenzialità possono essere simili a quelle del righello, nel senso che ha un'unità di misura e inoltre ci consente anche di mettere in evidenza il sistema della sottrazione perchè per es. io posso togliere acqua, aggiungere acqua ; però un limite può essere quello che il bambino associa ad una tacca una determinata misura, mentre invece dipende dalla estensione della base del cilindro...

professore: per le potenzialità è un ribadire i meccanismi legati alla misura e un limite è quello di confondere capacità con altezza del cilindro. Bisognerebbe ad es. far vedere la situazione di un bicchiere graduato e di un cilindro graduato di diametri diversi.

Studente: la cosa si lega al discorso del termometro perché a seconda della grandezza del termometro il grado è diverso

Professore: **attenzione**, qua ci accorgiamo di **una potenzialità rilevante della misura indiretta**. Per quanto riguarda la lunghezza, la misura è sempre quella, 1 cm è quello, 1 mm è quello.. sul **termometro invece 1 grado può** essere lungo in **vari modi**, a seconda **della scala**.

La misura indiretta consente flessibilità della misurazione su scale in cui le tacche cambiano volta per volta di ampiezza. E' necessario quindi interpretare gli spazi, il riferimento all'unità di misura, ecc..

————> LAVORO IN CLASSE

«SCRIVI CON LA MASSIMA PRECISIONE COME UTILIZZERESTI IL PEZZO DEL RIGHELLO DISEGNATO A FIANCO PER MISURARE LA LUNGHEZZA DEL SEGMENTO»

**Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova**  
**MATEMATICA II**

professore: i bambini hanno spesso in mano solo pezzi di righello. L'idea è di fare di questa situazione comune una «situazione didattica» chiedendo: «come utilizzeresti questo pezzo di righello così com'è per misurare il segmento?»

Lo stesso compito sulla misurazione di un segmento viene proposto come attività per casa ma con la richiesta di analizzare le risposte di alcuni bambini