

LEZIONE 15: 24/04/2003**NUMERI DECIMALI E MISURE**

Verbale a cura di Francesca Piccinini e Alessandra Barbieri

Rielaborazione del F14.1

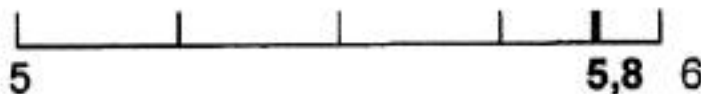
P: rivedendo i vostri elaborati della lezione precedente, dove dovevate spiegare le strategie errate per trovare la giusta posizione del punto 5,8, mi sono reso conto che circa $1/3$ del gruppo, ovvero 9 studenti su 26, hanno commentato l'ultimo lavoro di un collega ritenendolo sostanzialmente corretto cioè privo di errore grave, con eventuali imprecisioni frutto di una approssimazione poco curata. Come mai?

1. per solidarietà verso lo studente?
2. per mancata comprensione del ragionamento che ha condotto all'errore?
3. per sottovalutazione dell'ampiezza dell'errore?
4. per sottovalutazione dell'importanza della precisione?

CONSEGNA: ragionate sui vostri commenti e scrivete ciò che realmente pensate per capire insieme il motivo per cui $1/3$ di voi non ha valutato l'errore come tale.

Allo scopo di far emergere le differenze di valutazione tra voi e acquisire elementi per la riflessione vi richiedo:

- massima «sincerità» al fine di acquisire opinioni da discutere
- scegliere anche una parte soltanto dei commenti (indicando quali avete scelto)

Riflessione del professore sulle strategie errate del F14:1

Su 11 studenti intervistati dopo aver fatto questo tipo di errore in vari esercizi simili (nei primi quattro anni del corso di Didattica della Matematica II):

- X 2 studenti hanno risposto sostanzialmente così:
«Ho aggiunto 8 mm da 5,75 per essere più preciso»
- X 4 studenti hanno risposto sostanzialmente così:
«Ho puntato su 5, poi ho immaginato 5,5 (*correttamente*), 5,6 a metà dello spazio, 5,7 o 5,75 nella tacca successiva e di conseguenza 5,8 a metà dello spazio successivo». Non si sono quindi preoccupati di dove collocare 5,9.
- X 4 studenti hanno risposto:
«Alle tacche ho attribuito i valori: 5,2 - 5,4 - 5,6 e poi, pur non trovando una tacca, ho messo 5,8 a metà tra 5,6 e 6»
E' quindi carente la padronanza della relazione di proporzionalità tra lunghezza dei segmenti

MATEMATICA II

e numeri decimali che ne rappresentano la misura. Mentre nella scala ordinaria del righello si compie il rituale di contare i mm e i cm, in questo caso la scala è diversa, perciò il rituale (privo di significati) non viene applicato in modo corretto o addirittura non si capisce come applicarlo.

X 1 studente ha risposto:

«Ho messo il punto 5,8 in modo approssimativo, tra 5,75 e 6»

Riflessione sull'elaborato F14.2

Professore: La maggior parte di voi ha correttamente sostenuto che i numeri razionali, i numeri decimali, le frazioni e le percentuali sono espressioni linguistiche/linguaggi diversi per designare lo stesso concetto anche se vengono usati per motivi diversi (le percentuali in statistica, le frazioni per indicare rapporti, i numeri razionali in forma decimale per indicare misure, ecc.).

Alcuni di voi invece hanno sostenuto che la frazione indica parti di un intero: questo errore nasce nella scuola elementare ed il rischio è quello di riproporlo ai bambini.

Perché è scorretto dire che la frazione indica *‘il numero delle parti uguali, tra quelle in cui è ripartita l’unità secondo quanto è scritto a denominatore, che viene indicato con il numeratore’*? (esempio: $3/4$: divido l’unità in 4 parti uguali e ne prendo 3)

Studente: La frazione NON è parte di un intero e basta, perché esiste anche la frazione equivalente o maggiore dell’intero.

Professore: La tradizione scolastica della scuola elementare, per salvare la definizione scorretta di frazione riportata prima in corsivo, distingue tra le frazioni: le frazioni proprie, le frazioni improprie e le frazioni apparenti.

Allora abbiamo frazioni «oneste» (proprie) e «disoneste» (apparenti e improprie), di conseguenza si può creare confusione nei bambini (con effetti a distanza negativi quando i bambini dovranno studiare le frazioni nella scuola media e all’inizio delle scuole superiori).

Le frazioni apparenti effettivamente possono trasformarsi in numeri interi e quindi il termine non dà eccessiva confusione, ma il termine «improprie» porta a misconcetti perché esclude ad esempio $4/3$ come ordinaria frazione e quindi esclude certe somme di frazioni «proprie», perché sommando due frazioni «proprie» (come $2/3$) si ottiene una frazione «impropria». E’ un non senso.

Nei manuali delle scuole elementari si è privilegiato in Italia fin dalla fine dell’ottocento, per l’insegnamento delle frazioni, il modello della torta, e da questo modello è nato il termine di frazione «impropria» per identificare tutte le frazioni non rappresentabili facilmente con quel modello.

Come superare il problema? Bisogna trovare un modello che ci consenta di rappresentare tutte le frazioni, sostituendolo a quello della torta.

MATEMATICA II

Studente: Però secondo me il modello della torta mi è stato utile per comprendere le frazioni e credo che possa esserlo ancora oggi. Nel tirocinio vedo che anche i bambini in difficoltà imparano cos'è una frazione grazie a quel modello...

Professore: Questo intervento ci sollecita a riflettere. L'insegnante in classe cerca in tutti i modi di far sì che i bambini imparino qualcosa. Ma è possibile che la scelta che faccio oggi per far apprendere un determinato concetto in modo «facile» per tutti i bambini possa creare un ostacolo per gli apprendimenti successivi. In sostanza siamo spinti dall'esigenza che i bambini imparino qualcosa senza considerare la QUALITÀ di quello che apprendono, e gli ostacoli che ne possono derivare. Con l'insegnamento del numero attraverso l'insiemistica avviene qualcosa di analogo: i bambini imparano senza troppe difficoltà a contare le biro che ci sono sul banco o i fiori disegnati all'interno di un cerchio, e così l'insegnante è soddisfatto, crede che i bambini imparino il concetto di numero! In realtà imparano solo un aspetto del concetto di numero, e l'insistenza su tale aspetto finisce per creare ostacoli per l'apprendimento degli altri aspetti (numero per misurare, numero per ordinare...) e soprattutto genera fissità nel considerare l'unità (delle biro, dei fiori...), con un evidente ostacolo per la flessibilità richiesta quando occorre passare alle «parti di unità» (ad esempio nella misura) o a valutare «unità» che valgono «decine», «centinaia», ecc. (nella scrittura decimale-posizionale dei numeri).

Tornando alle frazioni: c'è qualche modello alternativo alla torta che non crei ostacoli?

Studente: Forse la linea dei numeri?

Professore: Consideriamo il righello di due o tre decimetri, o la «linea dei numeri», o una striscia di carta su cui è segnata una unità di misura molto più corta della striscia: questi «strumenti» (sarebbe meglio dire: «AMBIENTI») permettono di lavorare con segmenti più corti del segmento unitario (ad esempio: mezzo decimetro, un quarto della striscia «unitaria») altrettanto bene che con segmenti più lunghi del segmento unitario (ad esempio, tre mezzi decimetri, cinque quarti della striscia «unitaria»).

Per frazioni come un terzo (o quattro terzi) all'inizio si potrà lavorare con approssimazioni successive (ad esempio con la striscia di carta si cercherà, per tentativi, di ripiegare la parte unitaria in modo da sovrapporre tre volte lo stesso pezzo...). Ciò è più semplice che dividere in tre parti uguali, per tentativi, il disco della torta!

In quarta o in quinta, dopo un paio di anni dalle prime attività «per tentativi», ci si può porre il problema: come facciamo a ottenere una ripartizione «esatta» in 3 parti (o in 5, 7, ... parti) dell'unità? Come facciamo a rappresentare $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{8}{11}$ sul nostro modello?

Con la «torta», si può lavorare con il goniometro (e considerare «fette» di $\frac{360}{3}$, o $\frac{360}{5}$, o $\frac{360}{6}$... gradi). Con i segmenti, si può lavorare analogamente, con il righello.

Con i segmenti si può anche LAVORARE SENZA DIVIDERE LA MISURA DEL SEGMENTO DA RIPARTIRE IN PARTI UGUALI.

Come si fa a ripartire i segmenti in più parti (3,5,7...) senza misurare?

Considero l'esempio della ripartizione di un segmento dato in tre parti uguali. Traccio per uno degli estremi del segmento da suddividere in tre parti uguali una semiretta (detta «ripartitrice») e riporto su essa (a partire dall'origine) tre volte uno stesso segmento; traccio poi un segmento che unisce l'ultimo punto così ottenuto sulla semiretta con la fine del segmento che devo dividere, e poi traccio

le parallele a tale segmento «trasversale» per gli altri due punti.

In questo modo il segmento risulterà diviso in tre parti uguali (il teorema di Talete «garantisce» che questa costruzione funziona in generale).

Per rappresentare $\frac{4}{3}$ basta allungare il segmento, riportare per la quarta volta il «segmento misuratore» sulla semiretta ripartitrice, e tracciare (per il quarto estremo sulla semiretta ripartitrice) la parallela al segmento «trasversale» che unisce il terzo estremo sulla retta ripartitrice con la fine del segmento originario..

Consegna elaborato per compito