LEZIONE 11: 03/04/2003
NUMERI DECIMALI E MISURE

Verbale a cura di Gandini Tatiana e Turco Valeria

Partendo dal compito assegnatoci la lezione precedente, l'argomento affrontato oggi è ***«l'analisi delle proprietà riguardanti i numeri e la loro rapnresentazione simbolica decimale – posizionale»***

Professore:
«Vediamo quali proprietà intervengono nel confronto tra 1,8 e 1,27 e poi nel calcolo della differenza. Una delle proprietà che intervengono è sicuramente il **valore posizionale delle cifre.**
Il 2 (di 1,27) vale meno dell' 8 (di 1,8) mentre il 7 (di 1,27) appartiene ad un altro ordine gerarchico; l'8 non è confrontabile con 27 ma con 2 ed il 7 va confrontato con lo 0 (di 1,80).
Mettendo nuovamente a paragone 1,8 con 1,27, possiamo dire che la cifra 2 vale meno della cifra 8 perché il numero 2 è ovviamente minore del numero 8 e le due cifre hanno la stessa posizione; ma (nel numero 1,27) 7 vale meno di 2 perché… dipende dalla posizione di 7 rispetto alla posizione di 2. A questo punto possiamo aggiungere qualcosa alla nostra definizione:
le cifre hanno un valore che non dipende solo dal numero rappresentato dalla cifra, ma anche dalla posizione della cifra nel numero.
Potete tentare di dirmi cos'è una cifra?»

Studente: «La cifra è un simbolo»

Studente: «Numerico..

Studente: «Convenzionale»
Professore: «Si, la cifra è un simbolo numerico convenzionale.»
Studente: «E' un elemento che forma il numero»
Professore: «No, la cifra è un simbolo utilizzato per una particolare rappresentazione dei numeri; ad esempio chiamiamo cifra decimale uno dei dieci simboli *(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)* utilizzati per quella particolare rappresentazione dei numeri chiamata decimale -posizionale. Potreste con i bambini lavorare su qualche analogia? Il rapporto cifra/rappresentazione del numero vi fa venire in mente qualcos'altro?»
Studente: «Ricorda le lettere dell'alfabeto e la rappresentazione alfabetica».
es. Nella parola ***casa*** la lettera ***a*** fa parte della rappresentazione alfabetica dell'oggetto casa; tale e quale come nella rappresentazione decimale del numero

1827, **1 è** uno dei simboli di tale rappresentazione.
Nel caso della rappresentazione alfabetica abbiamo pezzi costitutivi costituiti dalle lettere dell'alfabeto, nel caso della rappresentazione decimale – posizionale abbiamo le cifre 0, 1, 2, 3...
Quindi c'è il concetto (di numero) che si può rappresentare in tanti modi. Ad esempio, consideriamo il numero trentadue:

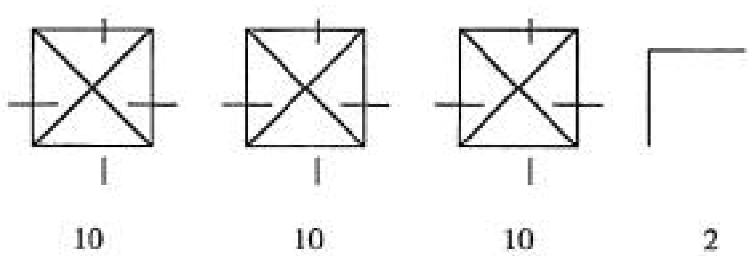
Suoni:
Lettere dell'alfabeto: *trentadue*
Simboli (cifre della rappresentazione decimale-posizionale): *32*

Sono le uniche rappresentazioni dei numeri?

<u>Studente</u>: «I numeri romani?»

<u>Professore</u>: **«Cifre Romane:** *XXXII*»

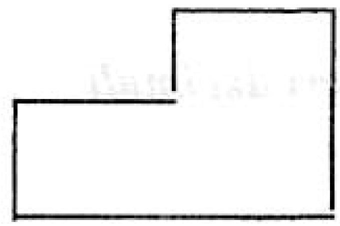
Potremmo dare a 32 anche un'altra rappresentazione simbolica:



Quindi abbiamo un concetto che si può trovare in diverse «situazioni di riferimento» (pag. 32, numero 32 di strada, 32 cm, 32 anni...), che ha diverse proprietà, che ha diverse rappresentazioni linguistiche
Anche il concetto di *casa*, può essere rappresentato attraverso:

Suoni:
Lettere dell'alfabeto: *casa*

Inoltre, si possono fare diverse rappresentazioni simboliche (iconografiche) convenzionali:



La seconda proprietà importante per la rappresentazione decimale-posizionale dei numeri decimali riguarda le regole del funzionamento della virgola.
Proviamo a dire quali sono queste **regole che caratterizzano la posizione della virgola.**

Studente: «Separa la parte intera dalla parte decimale.»
Studente: «Spostandola a destra e a sinistra, si divide o moltiplica il numero per 10.»
Professore: «C'è qualche legame con lo zero?»
Studente: «Se la virgola è seguita da più zeri si può omettere.»
Professore: «Certo, ma eliminando gli zeri, perché altrimenti 2,0 diventa 20!
E ricordando che nel caso di 2.005 non si possono omettere gli zeri che seguono la virgola...
Studente: «La virgola può essere preceduta soltanto da uno zero:»
Professore: «Si, ma è una regola di sintassi dei numeri; non si usa scrivere **00,42** per pura convenzione, perché potremmo dire che ci sono **0 decine e 0 unità:** il ragionamento di per sé non è errato.
Professore: In un numero, ci possono essere due virgole?
Studente:Certo che no. Questa è una nuova regola da enunciare o una conseguenza di altre regole?
Studente «E' una conseguenza della prima regola (distingue la parte intera da quella decimale).»
Professore «La terza proprietà riguarda la tecnica, o meglio: **lo schema dell'incolonnamento dei numeri decimali** (quella che si usa per l'addizione e la sottrazione in colonna, o per il confronto); quindi bisogna sapere che si devono considerare ordinatamente centinaia con centinaia, decine con decine, unità con unità... (con gli eventuali riporti).

Per riassumere, i tre invarianti operatori fondamentali della rappresentazione decimale-posizionale dei numeri sono:

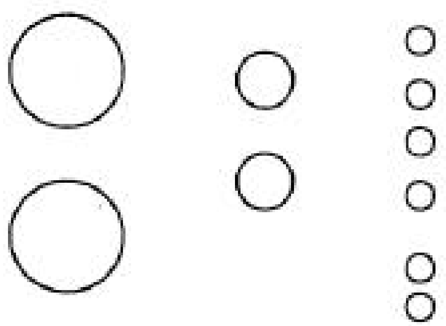
- ***Valore posizionale delle cifre***
- ***Regole del funzionamento della virgola***
- ***Schema dell'incolonnamento dei numeri decimali***

Professore: «A questo punto possiamo passare al secondo quesito, che chiede quali possono essere le situazioni di riferimento, utili per dar senso ai suddetti invarianti operatori.»

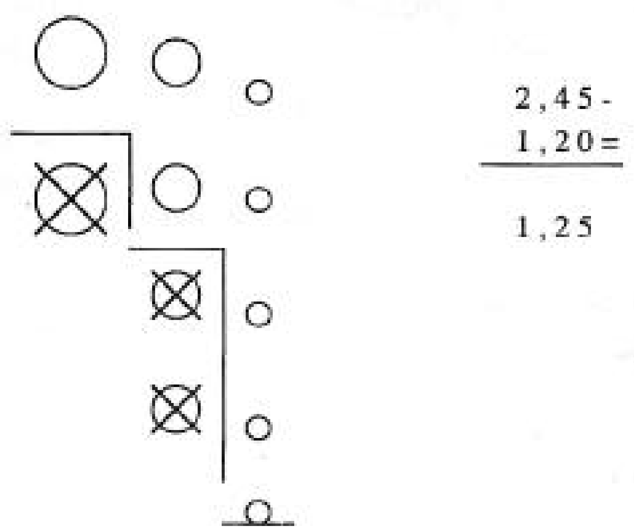
<u>Studente:</u> «Attività con gli euro.»

<u>Professore</u>: «Consideriamo 1,27 come:

1 = una moneta da 1 euro
2 = due monete da 10 centesimi di euro
7 = sette monete da i centesimo di euro



Questa rappresentazione simbolica è praticamente un abaco in euro. Il valore della colonna deriva dalla pratica sociale, da un valore estrinseco.
Anche nella sottrazione si possono contornare le monete che si vogliono togliere:



<u>Professore</u>: «Quando i bambini lavorano con i numeri decimali è opportuno che esercitino un controllo di senso , ad esempio leggendo (inizialmente sull’abaco delle monete) 1,08 come prezzo di un oggetto che costa 1,08 euro: questo facilita la padronanza di 1,08 e la distinzione da 1,80 perché 1,08 è composto da 1 euro e da 8 monete da un centesimo di euro (mentre 1,80 è composto da 1 euro e da 8 monete da 10 centesimi

di euro).
Con le monete abbiamo un referente sociale, ma ci manca qualcosa di «forte» che è importante per padroneggiare il valore delle cifre: un **referente percettivo** legato al vedere, al fare, al toccare con il corpo. Le dimensioni di una moneta da 1 euro non corrispondono a quelle di dieci monete da dieci centesimi, perciò siamo noi che dobbiamo attribuire alle monete dei valori. Come ottenere invece un referente percettivo?»

Studente: «Con la misura. Perciò si potrebbero usare le brocche graduate?»

Professore: «Si, però in quel caso s'introduce la capacità, a noi interessa la misura diretta.»

Studente: «Perché allora non lavorare subito sulla misura di lunghezza?»

Professore: «Perchè l'abaco dei metri, decimetri, centimetri, millimetri è praticamente ingestibile (come farei a rappresentare su tale abaco 8321 millimetri?)».

Esistono molte evidenze speerimentali a proposito del ruolo cruciale delle situazioni problematiche scelte per costruire gli invarianti operatori di un concetto matematico. Ad esempio in un'indagine comparativa, che ha seguito direttamente anche il prof. Boero, sono state considerate dieci classi di seconda elementare che adottano un progetto standardizzato di insegnamento («Bambini, maestri, realtà») ed altre dieci classi che lavorano sullo stesso progetto. Unica differenza, la consegna:

10 classi II elementare	**10 classi II elementare**
esercizio: dovete comprare tre cose che costano 450 £ l'una, quanto pagate? Il 37% dei bambini considera le monete da100 £ che intervengono nel costo di 450 lire, separando la monete da 50 £, poi svolge le seguenti operazioni: 400+400+400=1200 50+50+50=150 1200+150=1350 £ da pagare I bambini mettono in atto la proprietà distributiva: **(a + b)** x **c = a** x **c +b** x **c**	**esercizio:** ci sono tre aule di *450* cm, che si affacciano su un corridoio. Quanto è lungo il corridoio? Solo l'8% dei bambini lo risolve separando metri da centimetri; questa è una semantica che non permette di separare facilmente 400 da 50.

Studente: «Ma allora sarebbee meglio lavorare soprattutto con le monete»

Professore: «E' un grosso problema. Noi abbiamo preferito operare inizialmente con le monete, introducendo le misure di lunghezza dopo un anno che i bambini lavorano con le monete; il progetto Vanderbilt in America, ma anche il progetto olandese del Freudenthal Institute, iniziano con la misura (in Olanda le linee-guida di quel progetto sono diventati parte dei programmi nazionali).