

MATEMATICA II

Lezione 6:13 marzo '03
Spazio e geometria

Verbale (a cura di Daniela Bertolasco e Claudia Celentano)

h. 9.00-9.30: revisione lezione 5

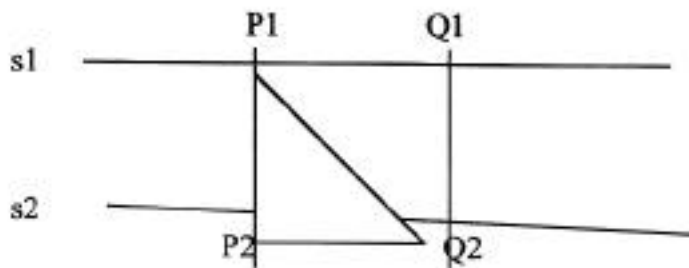
L' insegnante riprende le tre definizioni di rette parallele considerate nelle lezioni precedenti: *due rette sono parallele se sono complanari e...*

- 1) *mantengono la stessa distanza tra loro*
- 2) *non hanno alcun punto in comune*
- 3) *sono perpendicolari ad una stessa retta*

Osservazioni sulle tre definizioni:

1) $// =$ «uguale distanza»

Suggerisce un metodo di controllo del parallelismo di due segmenti disegnati che è valido e ben fondato, ma in casi di quasi parallelismo non è molto attendibile. Ed è un metodo non facile da gestire: si tratta di costruire segmenti perpendicolari a S_1



... e controllare se $\underline{P_1P_2} = \underline{Q_1Q_2}$; se ciò accade, $S_1 // S_2$

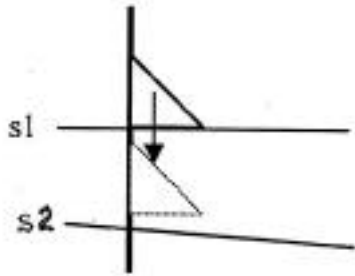
2) $// =$ «rette non incidenti» (complanari)

E' la definizione euclidea di parallelismo, ma (in casi di quasi-parallelismo) non è operativamente praticabile in quanto occorrerebbe tracciare segmenti molto lunghi (su più fogli!). Si tratta tuttavia di una definizione teoricamente molto chiara. Può però nel bambino creare un conflitto con l'effetto visivo, poiché nella realtà due rette $//$ sembrano coincidere all'allontanarsi dal punto di osservazione. Per questi motivi non è consigliabile proporla ai bambini.

3) $// =$ «rette perpendicolari ad una stessa retta»

Come interpretarla? Vi sono due modi differenti:

a)

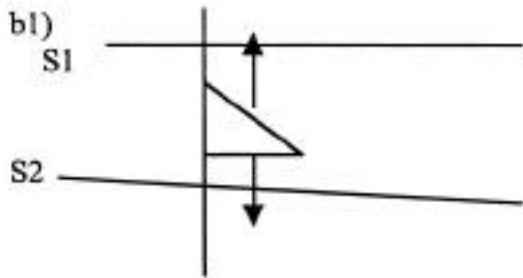


Un cateto della squadretta coincide con s1 e l'altro con la riga, la riga «rappresenta» la retta con cui controllo la perpendicolarità. La squadretta scorre lungo la riga fino a che incontra s2.

E' un metodo molto preciso, sensibile a piccole deviazioni rispetto alla perpendicolarità: infatti si vede subito se ci sono differenze anche di pochi gradi (rispetto all'angolo retto) negli angoli. E' l'unico gestibile facilmente per costruire rette //. Vale anche per costruire una retta // ad un'altra data passando per un punto P.

b) Ma voi avete ragionato in un altro modo. Come?

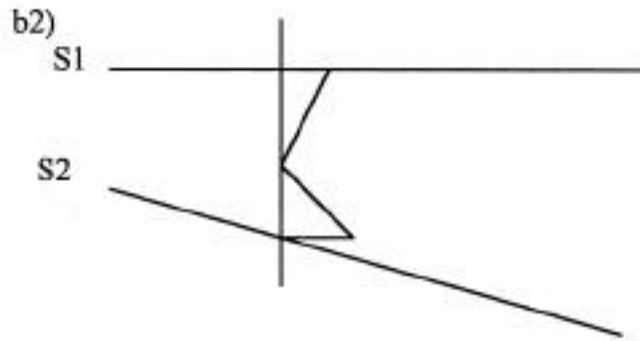
b1)



S: Traccio una retta che sia perpendicolare ad uno dei due segmenti con la squadra. Uso tale retta ausiliaria come fosse un righello e faccio scorrere la squadra lungo tale retta... fino a incontrare il secondo segmento

P: Questo però è quasi uguale a quello enunciato in precedenza (la differenza è l'uso della sola squadra). Qualcun altro ha ragionato in maniera ancora differente.

b2)



S: Con la squadra traccio una retta di riferimento perpendicolare ad S1. A questo punto rovescio la squadra in modo da verificare che anche S2 sia perpendicolare a tale retta.

P: E' un metodo che richiede un solo strumento (squadra), se la squadra non scorre non mi serve il righello. Anche questo metodo si può usare per costruire una retta // ad una retta data passante per un punto P.

P: Apro una parentesi.

Ma qual è la definizione giusta di parallelismo? In matematica non c'è una definizione più giusta di un'altra; posso scegliere una proprietà P come **proprietà che definisce** e le altre equivalenti, Q ... diventano oggetto di **teoremi** di tipo «**P se e solo se Q**». In questo caso, nella geometria di Euclide possiamo considerare:

Def: due rette si dicono // se sono complanari e non coincidenti

Teo1: due rette sono // se e solo se sono perpendicolari ad una stessa retta

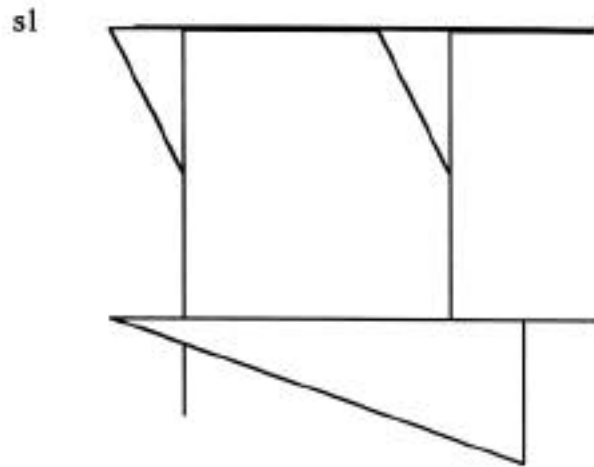
Teo2: due rette sono // se e solo se conservano la distanza

Ma potrei cambiare tutto e assumere la proprietà espressa dal Teo 1 come base per un'altra definizione di parallelismo («*Due rette si dicono parallele se sono perpendicolari a una stessa retta*»), in questo caso non si tratta più della geometria come è stata formulata da Euclide ma è comunque una geometria accettabile (con le stesse proprietà di quella di Euclide).

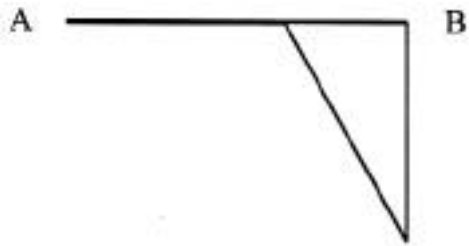
Una proprietà espressa da un teorema (nella forma: «se e solo se») può quindi dare luogo a una definizione; e così possiamo scegliere la definizione che è più utile operativamente, e la definizione originaria di Euclide non lo è.

h. 9.30.

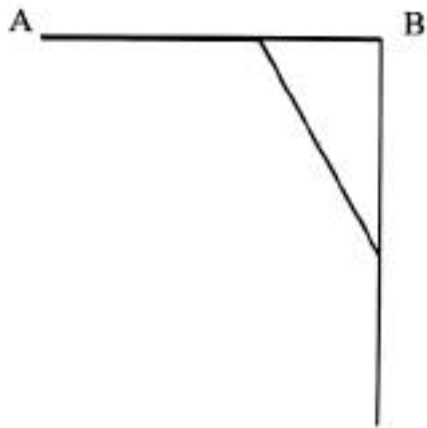
P: provate a verbalizzare la costruzione di un rettangolo, su un foglio bianco, dato un segmento s1, usando riga e squadra e seguendo la def. 2 (vedi all'inizio):



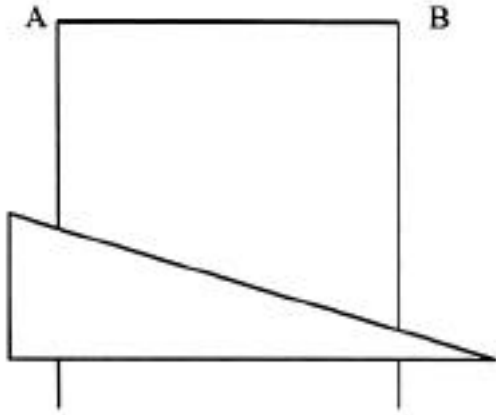
Essendoci s1 come segmento di riferimento, il righello non serve.
Verbalizzazione:



Poggio un cateto della squadra su AB, facendo coincidere il vertice dell'angolo retto con il punto B.



Traccio a partire dal punto B la perpendicolare ad AB seguendo l'altro cateto della squadra. Rovescio la squadra e ripeto in A, dalla stessa parte di prima.



Appoggio un cateto della squadra su una delle due linee tracciate perpendicolarmente ad AB e disegno il quarto lato seguendo l'altro cateto.

h. 9.45 revisione compito a casa (F5.2)

Elaborato 1

S: perpendicolare al piano per me non ha senso, è perpendicolare al piano se il piano è orizzontale; non si capisce bene come ha messo la squadra, «...squadra contro...» la verbalizzazione è poco chiara; non basta fare il controllo solo su una direzione, l'aderenza va controllata lungo le due direzioni.

P: è una valutazione troppo severa, non considera punti di vista diversi rispetto al proprio. «...squadra contro...» è una critica linguistica, sarebbe stato meglio «faccio corrispondere, metto aderente...».

Bisogna valutare sia quello che non va, sia quello che potrebbe andare con le dovute domande, salvando i processi di pensiero che stanno dietro al testo.

Quali domande/suggerimenti scrivereste su questo elaborato?

S: «perpendicolare sempre al piano»: non va bene perché sottintende che sia orizzontale. L'ho intesa come se fosse proprietà intrinseca del filo a piombo; sarebbe stato perfetto se avesse detto « un piano orizzontale».

P: «faccio cadere il filo a piombo che deve essere perpendicolare al piano» in questo modo sarebbe stato inattaccabile.

P: ci sono tre interpretazioni di «perpendicolare sempre al piano»

- 1) «deve essere perpendicolare al piano di cui voglio controllare l'orizzontalità»
- 2) «è sempre perpendicolare ad un piano orizzontale, che è una proprietà del filo a piombo; enuncio così una proprietà che mi serve per il procedimento successivo, il piano non è quello in particolare, ma in generale».
- 3) «Visto che il piano è orizzontale» (rovescio hp-th), c'è un errore logico nel procedimento perché controllo una cosa che ho già.

C'è un indicatore linguistico che mi dice quale è probabilmente l'interpretazione giusta

S: «sempre»

P: esatto, quindi è probabilmente la 2). Ma a questo punto la frase contiene un'ambiguità, cosa chiedo?

S: contro che cosa?

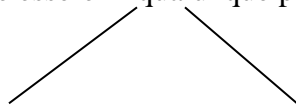
P: Basterebbe aggiungere contro «il filo» e andrebbe bene (almeno per il linguaggio).

S: a quale piano?

P: a questo piano? Di cui dovrei controllare l'orizzontalità? Bisogna controllare su due direzioni, non in qualunque punto del piano.

P: «aderente **in ogni punto del piano**» sarebbe stato meglio di:

«lo deve essere in qualunque punto del piano»



Cosa intendevi? Volevi dire lungo quel cateto? O ruotando la squadra?

Elaborato 2

S: manca «almeno in due direzioni»

P: è matematicamente sbagliato, la carenza grave è che considera solo una giacitura della squadra, quindi una sola direzione. (L'insegnante fa vedere come anche su un piano inclinato è possibile trovare un cateto della squadra che aderisce in ogni punto)

h. 10.25

P: controllate operativamente la verticalità di una penna con livella a bolla, squadra e tavola di legno.

P: se dispongo la squadra perpendicolare alla direzione orizzontale della livella a bolla su un piano inclinato, non è verificabile che la penna sia verticale. Devo preliminarmente disporre il piano orizzontale, garantita l'orizzontalità del piano mi basterà controllare la perpendicolarità lungo due direzioni.