

Lezione 5:10 Marzo 2003
SPAZIO E GEOMETRIA

VERBALE (a cura di Elisabetta Contardo e Elisabetta Pronsati)

Esercitazione su F5.1

P: sarebbe ottimale a livello di scuola dell'obbligo, fornire dei concetti tali che i bambini possano far corrispondere la definizione (nella presentazione del concetto) al FARE; i bambini infatti possono cominciare a «ragionare in geometria» lavorando concretamente. D'altra parte è inutile imparare un concetto che non si sa controllare (attraverso l'uso: vedi Vergnaud). Le RETTE non si controllano come tali, ma attraverso i SEGMENTI. 2 segmenti si dicono paralleli se fanno parte di rette parallele. In realtà quando lavoriamo sul parallelismo, lavoriamo sul parallelismo dei segmenti che rappresentano le rette.

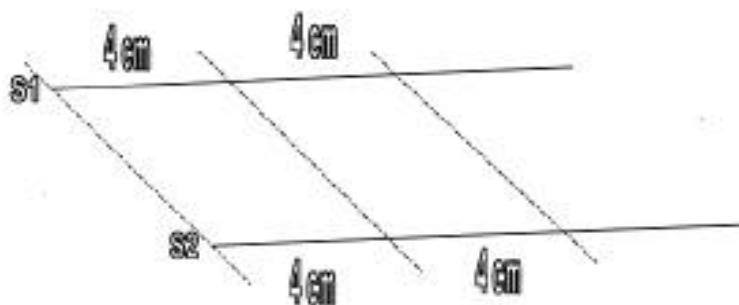
L'esercizio presenta tre definizioni di PARALLELISMO~ 2 segmenti si dicono paralleli quando (tre definizioni possibili!):

- Mantengono la stessa distanza tra loro
- Non hanno alcun punto in comune
- Sono perpendicolari ad una stessa retta

P: per quanto riguarda la prima definizione c'è un problema preliminare: *cosa vuoi dire conservare la stessa DISTANZA.*

METODO 1 CORRISPONDENTE ALLA PRIMA DEFINIZIONE:

S: io l'ho intesa come il misurare la distanza tra i punti iniziali dei due segmenti e poi spostarmi di tot cm sia su uno sia sull'altro e ho osservato, non solo che la distanza è uguale (sulle trasversali) tra i punti iniziali e i punti finali, ma anche nei punti centrali. Prima ho misurato all'inizio e alla fine e poi a metà.



S: io ho misurato la distanza dal punto di inizio della retta S1 al punto di inizio della retta S2
P: questa è la distanza?

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova
MATEMATICA II

S: io l'ho intesa così. Poi ad ogni spostamento di tot , ho notato che era uguale.

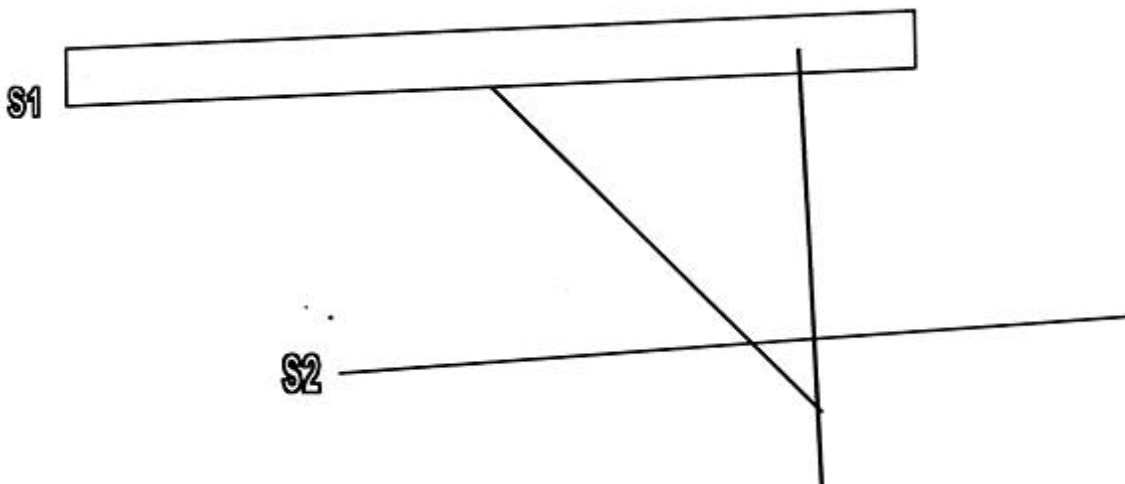
P: la possiamo accettare questa definizione di distanza oppure no?

S: no, la distanza è il tratto più breve che c'è tra due segmenti.

P: questo è il punto delicato

METODO 2 CORRISPONDENTE ALLA PRIMA DEFINIZIONE:

S: io l'ho fatto in modo diverso. Ho appoggiato la riga sopra al segmento 1, poi ho appoggiato la squadra sulla riga in modo da tracciare un segmento perpendicolare a S1, poi ho fatto scorrere la squadra verso sinistra e ho tracciato altri segmenti, dopodiché ho misurato la lunghezza dei vari segmenti; a questo punto se la lunghezza risultava uguale voleva dire che avevano la stessa distanza.



P: sotto questo c'è implicita quale idea di distanza? La distanza di un punto da una retta è...?

S: La distanza tra 2 rette è la misura del segmento che si ottiene tracciando la perpendicolare alla prima retta fino al punto in cui incontra la seconda.

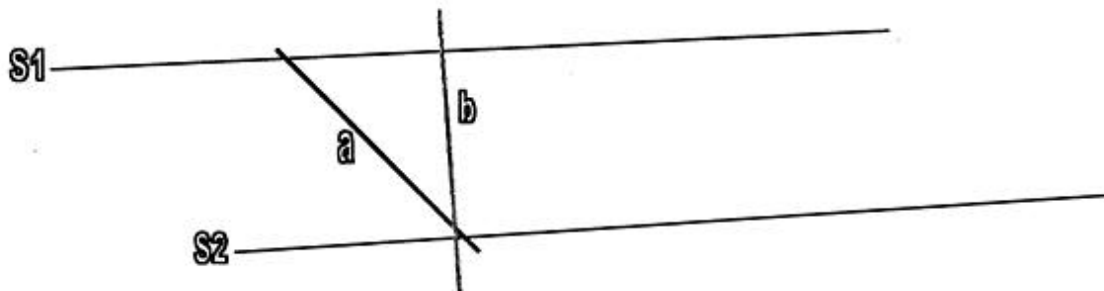
P: La strategia del primo studente invece è quella di prendere due punti qualsiasi della prima retta e, alla stessa distanza, due punti qualsiasi della seconda e andare a misurare i segmenti che uniscono i punti corrispondenti sulla prima retta e sulla seconda.

ATTENZIONE: dal punto di vista della correttezza matematica quale delle due procedure è corretta?

S: la seconda

P: la distanza di un punto P da una retta è la minima distanza tra P e i punti della retta.

Perché il secondo procedimento ci assicura che trovo proprio la minima distanza?



P: chi ci assicura che b è minimo rispetto ad a?

S: perché uno è un cateto mentre l'altro è l'ipotenusa

P: è una proprietà importante del triangolo rettangolo. In ogni triangolo rettangolo ogni cateto è più corto dell'ipotenusa. Questo ci assicura che l'unico segmento che ci dà la minima distanza è il segmento di perpendicolare.

Quindi se noi usiamo la distanza la difficoltà sta nel definire quale è il più segmento più corto..., e poi si parte con il controllo.

Il primo metodo operativamente va bene, non usa la distanza tra due rette ma darebbe luogo a una 'definizione' ulteriore di parallelismo. E' un metodo che «definisce» il parallelismo, ma non è quello della distanza tra due rette (prima definizione) che avevamo deciso di considerare. Abbiamo forse scoperto un metodo che non ricorre alla riga e alla squadra (come il secondo) ma richiede solo la riga e consente ugualmente di controllare se 2 segmenti sono paralleli.

Perché è un metodo rigoroso?

S: considera un fascio di rette parallele tra loro che tagliano le rette S_1 ed S_2 a distanze uguali...

P: siete sicuri che siano rette parallele nel caso di non parallelismo tra S_1 e S_2 ? S: sì

S: no

P: qui c'è un problema (*disegna due rette S_1 ed S_2 non parallele, e segmenti uguali — secondo il primo metodo — e le rette trasversali corrispondenti*).

Noto che le rette trasversali disegnate non sono parallele. Perché? Perché ho disegnato male, oppure perché **potrebbero** non essere parallele (se S_1 ed S_2 non sono parallele)?

S: perché gli angoli opposti della figura che si è costruita non sono uguali. Dovremmo avere angoli corrispondenti uguali..., angoli opposti uguali....

S: no, io non sono d'accordo, secondo me sono paralleli perché se parto da un punto e poi mi sposto degli **stessi cm sia** su un segmento che sull'altro, alla fine è come se i segmenti non ci fossero quindi le rette trovate sono parallele tra loro.

S: no perché, nel parallelogramma ad esempio, ci sono due coppie di segmenti che sono uguali. In questo caso se i due segmenti trasversali fossero uguali dovrebbe venire un parallelogramma, e invece non è così, perché S_1 ed S_2 non sono parallele quindi non sono uguali i segmenti trasversali.

S: se tracci molte rette trasversali passanti per i punti che hanno la stessa distanza tra loro e prendi in considerazione la prima e l'ultima retta trasversale noti di più la differenza, e cioè che le rette trasversali non sono parallele tra di loro nel caso di non parallelismo tra S_1 e S_2 .

P: notare la potenziale ricchezza che avrebbe un lavoro di questo tipo in una quanta e in una quinta in cui i bambini producono una ipotesi poi ne realizzano il controllo («verifica dell'ipotesi»), poi ancora ipotesi, controllo, ipotesi, controllo...

Questo dibattito tra voi è interessante perché possiamo contraddire l'idea dello studente che pensa che le rette ottenute debbano essere parallele con un *ragionamento di natura teorica*, restando al livello delle conoscenze geometriche, o con un *ragionamento di natura empirica*, facendo dei controlli attraverso disegni (e stime ad occhio, o misure).

Adesso abbiamo visto un ragionamento di natura empirica.

S: Si può ancora di più accentuare il disegno -> meno paralleli sono i segmenti e meglio posso notare che le rette costruite non sono parallele. Riesco a percepire meglio la situazione.

P: Questo è un modo empirico, modo che va bene per ragionare su queste cose con i bambini.

C'è anche un modo teorico che si fonda su delle conoscenze di geometria (teorica).

S: PARALLELOGRAMMA. Nel parallelogramma gli angoli opposti hanno la stessa ampiezza e quindi i lati sono uguali a coppie e per esserlo devono anche essere paralleli.

P: in realtà c'è una proprietà che riguarda le diagonali. In un parallelogramma cosa succede?

S: Se traccio una delle diagonali i due triangoli che si formano sono uguali.

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria – Università di Genova
MATEMATICA II

P: Torniamo al primo metodo. E' proprio vero che il primo metodo è da buttar via?
Il primo metodo richiede solo l'uso della riga mentre il secondo, anche quello della squadra.
Possiamo con la sola riga controllare il parallelismo di due segmenti?
Ricapitoliamo: prendiamo due segmenti di cui non sappiamo con precisione se sono paralleli oppure no e applichiamo il metodo I.
Misuriamo-> La compagna dice che se sono uguali i segmenti trasversali, allora le rette S1 ed S2 sono parallele, se sono diversi, le rette S1 ed S2 non sono parallele.
S (che ha ideato la prima definizione): misurando i segmenti sulle rette trasversali (nel caso delle rette S1 ed S2 disegnate sul foglio distribuito a noi), le distanze vengono uguali
S: anch'io non ho visto la diversità in mm perché era impercettibile utilizzando solo il righello, se avessi avuto uno strumento che misurava meglio, più preciso, magari mi sarei accorta che le lunghezze erano diverse, anche se di poco.
S: forse a lunga distanza si potrebbe utilizzare tale metodo perché se noi anziché prendere in considerazione le rette che distano solo un paio di cm, misurassimo i segmenti sulle rette alla fine dei segmenti, probabilmente la variazione sarebbe più percettibile.
S: per me c'è un altro modo per usare solo il righello: per esempio io posso mettere la squadra segnando i due punti cioè l'inizio delle due rette e segno la parallela dall'altra parte della squadra
P: come faccio senza squadra a tracciare la parallela?
S: no, traccio con la riga. Invece che controllare la lunghezza controllo il parallelismo tra le due rette trasversali e poi vado a misurare la distanza sulle 2 rette S1 ed S2; se è diversa vuoi dire che S1 ed S2 non sono parallele.
P: ma come faccio a controllare il parallelismo tra le due rette trasversali?
P: prendiamo il metodo I originario; è giusto o no? Perché è corretto geometricamente?
Cos'è il parallelogramma? Il parallelogramma si caratterizza come formato da coppie di lati **paralleli OPPURE da** coppie opposte di segmenti uguali. Se 2 lati di un quadrilatero disegnato sono uguali per costruzione e gli altri vengono uguali per misura, quel disegno rappresenta un parallelogramma e quindi i lati opposti sono automaticamente paralleli.
Questo metodo di controllo empirico (basato sulla misura) si appoggia su un teorema di geometria euclidea *«un quadrilatero è un parallelogramma (cioè i lati opposti sono paralleli) se e solo se i lati opposti sono di lunghezza uguale»*
Il primo metodo si può quindi recuperare come metodo empiricamente valido e fondato teoricamente; ha però (come del resto il secondo metodo) un LIMITE -> una cosa è la precisione teorica di una misura e una cosa è la precisione **pratica**.
Nel misurare le distanze, le differenze possono essere talmente piccole da non riuscire a coglierle. Quindi può succedere che le misure per le coppie di lati opposti siano uguali senza che i lati siano paralleli!