

Nello studio delle disequazioni si è adottato il punto di vista della "covarianza" nello studio delle funzioni (a partire dal punto di vista della funzione come macchina) e si è eliminata la visione statica della corrispondenza univoca dei diagrammi a frecce, scoraggiando anche il disegno del grafico per punti (questo per evitare che le tabelle fossero lette per righe orizzontali, suggerendo, implicitamente, una lettura per colonna, che è molto più dinamica e mette meglio in luce le variazioni).

Prendiamo in considerazione i seguenti quadri teorici di funzione (con quadro teorico qui intendo il sapere istituzionale legato al concetto di funzione ai quali è possibile far riferimento nell'azione didattica), qui riportati in ordine crescente di dinamicità:

1. punto di vista della corrispondenza: ossia il tipico diagramma a frecce che evidenzia la corrispondenza tra insiemi e che viene espresso nel linguaggio degli insiemi (ma anche nel linguaggio grafico dei diagrammi a frecce e in quello statico di tabella letta riga per riga);
2. punto di vista della scatola nera: ossia la funzione intesa come macchina input-output che da uno o più ingressi genera un'unica uscita;
3. il punto di vista della covarianza: ossia il pensare alla funzione come variazione coordinata tra  $y$  e  $x$ . Questo punto di vista porta a leggere, in una funzione tabulata, i valori delle ordinate (della variabile dipendente); in altri termini la tabella viene letta in colonna (quella della variabile indipendente), dall'alto verso il basso;
4. punto di vista variazionale: si osserva di quanto variano le variazioni delle  $y$  rispetto alle  $x$ : ossia si tratta di porre attenzione alle differenze. Esso pone attenzione all'entità della variazione. Quando cambiano le differenze, ci si accorge del cambiamento, e si presta attenzione. Si tratta di un approccio molto vicino al modo in cui avvertiamo sensazioni fisiche; al modo in cui il nostro cervello codifica le sensazioni fisiche, anche se questo modo viene mascherato dal linguaggio che utilizziamo e che è statico.

#### QUESTIONI DI CARATTERE DIDATTICO E COGNITIVO

Si è detto che il punto di vista variazionale, che pone attenzione all'entità della variazione, è un approccio molto vicino al modo in cui avvertiamo sensazioni fisiche; al modo in cui il nostro cervello codifica le sensazioni fisiche, anche se questo modo viene mascherato dal linguaggio che utilizziamo e che è statico.

Quando diciamo "ho freddo", sembra che si stia esprimendo uno stato assoluto; invece la nostra esperienza è quella di una variazione (abbassamento) di temperatura (anzi, nello specifico, di un flusso di calore in uscita). Il linguaggio suggerisce che abbiamo operato una selezione nel flusso dell'esperienza, abbiamo effettuato una fotografia, e la comunichiamo in modo statico (forse ciò è dovuto alla cultura occidentale che porta a riflettere sull'esperienza per controllare il flusso continuo di informazioni. I nostri sensi comunicano un flusso di dati al cervello e un'abitudine culturale ci porta a selezionare alcuni fra questi dati a ipostatizzarli e a comunicarli ad altri sotto forma di informazioni statiche). Il cervello è comunque attento alle variazioni (spesso alle variazioni seconde, come si precisa anche nel libro di A. Berthoz: 1998, *Il senso del movimento*, Mc – Graw Hill, Milano). In seguito cerca di linearizzare e di fotografare, per costruire conoscenza dall'esperienza. In questo senso l'approccio variazionale potrebbe essere in forte coerenza con le teorie dell'embodiment ed essere esso stesso embodied (incorporato).

Sarebbe molto interessante riuscire a individuare i legami con le dinamiche mentali: come avviene la percezione della crescita differente (lineare, lenta, veloce) in una tabella?

Probabilmente avviene con operazioni di confronto velocissime ed è probabile che tutto possa essere ricondotto a un confronto fra differenze di due dati memorizzate.

D'altra parte le dinamiche mentali hanno in qualche modo origine in un campo di esperienza. Qual è il campo di esperienza cui fanno riferimento confronti di questo tipo? Sono contrazioni di esperienza precedenti o sono qualcosa di embodied legate al ritmo? I numeri sembrano far pensare a

un'esperienza culturale, ma i numeri sono anche ritmo. E le calcolatrici, come si situano in una problematica di questo tipo? Possono essere un campo di esperienza efficace e adeguato?

Si è notato che anche ragazzi giovani (della scuola media) riescono a impadronirsi del significato di un grafico spazio tempo quando capiscono che una linea orizzontale vuol dire il tempo che scorre, ma il corpo che sta fermo. Nell'esperienza con i sensori riportata in questo ipertesto, si nota che la comprensione del significato della linea orizzontale è stata piuttosto immediata per gli studenti, ma li ha anche aiutati a dare significato ai tratti di curva crescente e decrescente (anche se per questi ultimi ci sono state difficoltà a legare la decrescenza al cambio di direzione e, quindi, a velocità negative, che al punto di vista dell'esperienza degli studenti non avevano molto significato). Quest'approccio alla funzione, in un certo senso recupera l'impostazione di Newton, con le grandezze che variano nel tempo.