

Modelli matematici

Per **modello di una situazione** si intende, in genere, una descrizione, in un determinato linguaggio, di quello che si conosce e che si ritiene interessante di quella situazione. Un modello matematico è una rappresentazione (una descrizione) che fa uso del linguaggio matematico (e quindi di numeri, espressioni, equazioni, tabelle, grafici,...).

Avere una buona descrizione di una situazione può essere utile, in quanto una buona descrizione può aiutare a comprendere meglio la situazione, a fare previsioni, insomma a effettuare, quando se ne presenti la necessità o l'opportunità, delle scelte.

Quando si costruiscono modelli (e quindi descrizioni) di situazioni, si deve spesso fare i conti con il tempo e le informazioni a disposizione: in genere è vero che con maggior tempo a disposizione si potrebbero costruire modelli migliori, più raffinati e soddisfacenti. Non è detto, però, che sia sempre possibile poter disporre del tempo necessario a costruire un modello che ci soddisfi del tutto: spesso è meglio avere una descrizione molto approssimativa, piuttosto che non poter disporre di alcuna descrizione. Facciamo un piccolo esperimento:

prova a stimare in un minuto il massimo numero di monete da 100 lire che puoi disporre sul tuo banco in modo tale che siano a due a due non sovrapposte (nemmeno parzialmente).

È chiaro che con più tempo a disposizione avresti potuto fornire una risposta più accurata, ma il compito in cui eri impegnato aveva fra i suoi vincoli quello di essere completato in un minuto ... e i vincoli sono importanti, perché allentarli in genere costa tempo e denaro. Usiamo una metafora che sembra appropriata: tu sai che cosa è la risoluzione di un'immagine. Sai anche che l'aumento della risoluzione costa tempo e risorse e quindi non sempre è utile e possibile utilizzare la migliore risoluzione a disposizione. Ciò accade anche con i modelli, che sono caratterizzati da una propria risoluzione: non sempre è utile e opportuno scegliere la migliore risoluzione.

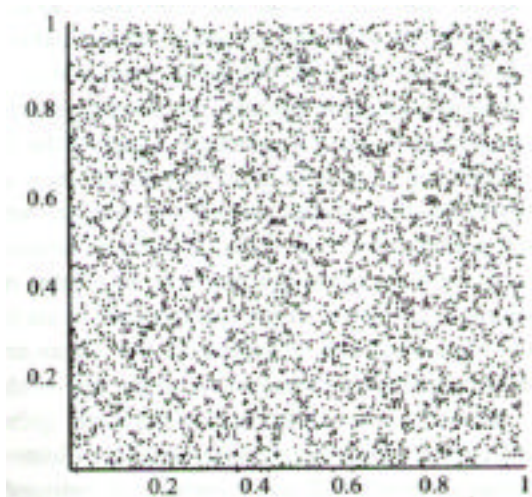
Nelle attività che hai svolto fino ad ora hai spesso avuto a che fare con modelli matematici: uno di essi è l'ottica geometrica, che utilizza il linguaggio della geometria per descrivere il fenomeno della visione. Sono modelli (che descrivono come varia la posizione di un mobile rispetto al tempo) quei grafici che hai visto proiettati sul muro mediante la lavagna luminosa nell'esperienza con il sensore di posizione. Sono modelli le funzioni lineari che abbiamo detto descrivono successioni per cui è costante la differenza tra due termini successivi. È un modello il diagramma ad albero che hai tracciato nella prima attività che hai svolto quest'anno per stabilire un'equa suddivisione della somma giocata fra due persone una volta che il gioco era stato interrotto prima che fosse finito. Il linguaggio delle lettere consente di esprimere relazioni fra variabili significative e quindi è utilissimo per costruire modelli matematici di situazioni. D'ora innanzi lavoreremo più sistematicamente sul concetto di modello, attraverso la proposta e la discussione di alcune attività sistematiche.

Prima, però, ancora un piccolo esperimento: provate a stimare, in dieci minuti, la superficie della Liguria sapendo che la cartina è in scala 1: 1 000 000



Attività 1

La seguente figura rappresenta una fotografia, scattata da un aereo, di una piantagione di alberi; in essa ogni punto rappresenta un albero.



Sapendo che la scala di rappresentazione è 1 : 2000 (ossia, ogni centimetro sulla rappresentazione della fotografia corrisponde a 20 metri nella realtà), stimate, per conto di una compagnia che commercia legna e che è interessata all'acquisto della piantagione, il numero di alberi in essa contenuti.

Supponendo costante la densità media di alberi, quanti alberi conterrebbe una piantagione di area doppia di quella rappresentata? E di area tripla? E la piantagione di un rettangolo avente la base uguale al lato della piantagione rappresentata e altezza doppia del lato?

Trovate una legge che esprima il numero di alberi in funzione del lato di una piantagione a pianta quadrata (come quella rappresentata in figura), supponendo che la densità media di alberi sia uguale a quella della piantagione rappresentata in figura.

La compagnia per la quale avete lavorato ha un altro bosco che quest'anno ha 1000 alberi. Ogni anno taglia il 20% degli alberi del bosco e ne pianta 50. Quanti alberi ci saranno tra vent'anni? Il numero d'alberi tende ad aumentare con il passare degli anni, oppure a diminuire o a stabilizzarsi?

Attività 2

Una popolazione di batteri presente in un brodo nutritivo raddoppia ogni due ore. Se inizialmente vi sono 1000 batteri, quanti batteri vi saranno dopo una settimana, supponendo che le risorse del brodo nutritivo siano in pratica illimitate?

In un recente film, *Un sogno per domani*, un bambino di scuola medie ha un'idea per migliorare il mondo: questa idea prevede di *passare un favore a tre persone diverse*, richiedendo che ciascuna di esse faccia altrettanto con altre tre persone. Supponendo che, mediamente, ogni persona impieghi un mese a passare i tre favori, quanto tempo sarebbe necessario affinché ogni abitante della terra venisse coinvolto in questo grandioso progetto?

Mr. Smoke ha deciso di avviare una forma di risparmio *salutare*: invece che comprare i due soliti pacchetti di sigarette al giorno, smetterà di fumare e alla fine di ogni mese investirà i soldi risparmiati in un conto bancario che assicura un interesse del 4% annuo. Quanti soldi avrà Mr. Smoke fra vent'anni?

Pensate di poter consigliare a Mr. Smoke forme di investimento più redditizio? Come e perché? (suggerimento: per rispondere a questa domanda chiedete aiuto e consiglio anche ai vostri genitori, a parenti ed amici. Ascoltate attentamente che cosa vi consigliano; quindi progettate un piano di investimento da consegnare, alla fine del quadrimestre, a Mr. Smoke e al vostro insegnante. I piani più di investimento più interessanti verranno discussi e, magari, anche attuati!)

Attività da svolgere individualmente a casa e da consegnare su protocollo entro il 24 novembre

Descrivo ai miei genitori i miei primi due mesi del corso di matematica: che cosa ho fatto, quanto e che cosa ho studiato, se e quanto è cambiata la mia idea della matematica e del fare matematica, le mie preoccupazioni, le mie certezze, le differenze rispetto alle esperienze passate, le mie attese e le eventuali delusioni o sorprese positive, le eventuali difficoltà a studiare con compagni o da solo, ...