

# LEZIONE DEL 28/1/2002

**GRUPPO:** ALESSANDRO, BEATRICE E PAOLA.

Orientato al compito: Alessandro

Memoria: Paola

Orientato al gruppo: Beatrice

L'esperienza odierna è costituita in parte di lavoro individuale ed in parte di lavoro a gruppi.

## ATTIVITA' 1

La prima attività è da svolgersi singolarmente.

Paola chiede delle delucidazioni sul testo della consegna, nel quale si domanda di dare un'idea, usando al più una facciata di protocollo, sul cosa si intende per funzione.

Paola: "Al più significa al massimo?"

I compagni rispondono affermativamente.

**Problemi nella comprensione del testo legati alla padronanza della terminologia, in questo caso comunque l'interpretazione del termine in questione ha importanza marginale.**

Il primo impatto con la scheda precipita i ragazzi nel panico: rimangono come paralizzati davanti al foglio, senza sapere cosa scrivere.

**La presentazione di un esercizio da svolgersi in un tempo determinato, singolarmente (sono abituati a lavorare in gruppo), in cui si richiede una messa a punto sul lavoro compiuto nelle lezioni precedenti precipita i ragazzi nella paura: la situazione ha tutto l'aspetto di un compito in classe a sorpresa. Lo stato emotivo manifestato è completamente diverso da quello che si è abituati ad osservare nelle altre lezioni, in cui la libertà di azione e l'atteggiamento amichevole del professore stimolano la creatività.**

Paola e Bea sembrano riprendersi alla notizia che, per rispondere, si può far uso della calcolatrice. Grazie all'utilizzo dello strumento (inseriscono dei dati, sfruttano funzioni strane, ma senza produrre grafici cartesiani), le due ragazze riescono, singolarmente, a rispondere in poche righe al quesito proposto.

**La calcolatrice è strumento semiotico, produce lo sblocco dello studente, richiamando, come si evince nel seguito, delle situazioni di riferimento proprie del contesto.**

Scaduto il tempo a disposizione, il gruppo passa alla seconda attività, che è di carattere collettivo ed ha lo scopo di far condividere ai ragazzi le risposte dell'esperienza precedente, in modo che possano elaborare insieme una definizione più appropriata di funzione.

**Esercizio che consente di osservare come il lavoro collettivo, favorendo l'interazione sociale, può condurre a risultati migliori, relativamente alla risoluzione del quesito, ed all'avanzamento in zona di sviluppo prossimale, da parte di ogni studente.**

## ATTIVITA' 2

BEA: "Per rispondere, ho usato la calcolatrice e ho scritto che una funzione è un tipo di modello dove c'è una variabile che varia nel tempo e come esempio ho messo quello degli alberi."

In BEA il termine funzione riconduce al campo concettuale modello ed alla situazione di riferimento vista precedentemente in un esercizio che aveva per oggetto degli alberi. L'approccio intuitivo alla teoria sembra aver portato i suoi frutti e che BEA si sia effettivamente impadronita dei concetti trattati: la sua conoscenza non è chiaramente dovuta ad un apprendimento mnemonico, (parla con disinvoltura), ma è salda come mostra il preciso riferimento reale che la studentessa ha relativamente a quel concetto. Ed è proprio grazie a questo che avviene il suo sblocco, esplorando la memoria della calcolatrice, infatti, è riuscita a recuperare una situazione di riferimento che le ha consentito di inoltrarsi in un ambito a prima vista oscuro e completamente nuovo.

PAOLA: " Anch' io ho messo quello degli alberi."

ALE: " Non mi ricordavo cos' era, così ho scritto che è un modello matematico, che ci aiuta a risolvere i problemi."

ALE, non possedendo la calcolatrice e non potendo quindi usufruire del suo aiuto, non riesce a recuperare le giuste situazioni di riferimento, ma solo a dare un' idea vaga del concetto, che risulta saldamente legato a quello di modello.

Cercano, quindi, di mettere insieme le idee.

BEA: " Io mi sono aiutata con la calcolatrice, perché prima pensavo che la funzione fosse quella lì dei grafici cartesiani, quella lì con il coefficiente.."

In BEA il termine funzione riconduce anche a situazioni di riferimento proprie dei grafici cartesiani, ma probabilmente non completamente assimilate, tanto da essere ritenute errate e non essere considerate nella formulazione della risposta.

PAOLA: " La x."

BEA: " Sì, poi mi sono ricordata...io e te," si rivolge a PAOLA, " quindi più o meno, la cosa degli alberi...e tu?"

ALE: " Io ho detto che è presente in ogni modello."

BEA: " Allora, anche tu più o meno hai scritto come noi, perché è vero che una funzione è una specie di modello."

BEA, inconsciamente, sta conducendo una forte azione in zona di sviluppo prossimale nei compagni, azione che si manifesta grazie all' interazione sociale. Dopo il suo intervento, infatti, anche PAOLA riesce a individuare una relazione fra funzione e modello.

PAOLA: " Allora un modello è una specie di funzione !"

ALE: " Quindi, alla fine, cos' è una funzione?"

PAOLA: " Secondo noi, quella che abbiamo detto prima," e chiede a BEA di ripetere.

La figura di BEA è dominante rispetto alle altre due, tanto che i compagni fanno completamente riferimento a lei, anche per esplicitare la basilare funzione di chiarimento.

BEA: " E' un tipo di modello che è una variabile, dove si registrano dei dati, cioè praticamente c' è una variabile che cambia col passare del tempo. Ho scritto anche che la calcolatrice ha un programma che ci aiuta a fare i calcoli più velocemente."

I concetti di modello e di funzione sono legati da BEA a quello di variabile. La ragazza, grazie allo studio intuitivo che è stato fatto della teoria, è riuscita ad impossessarsi completamente di conoscenze, che nei normali corsi di studio, sono inculcate forzatamente e senza che abbiano un adeguato sistema di riferimento alle spalle, sistema di riferimento che, attingendo anche alla vita reale, può favorire anche il recupero dei casi più disperati.

**Le lacune relative alla terminologia mostrano la necessità di un intervento di chiarimento da parte del professore.**

BEA: “ E’ un’ operazione dove ci sono dei dati.”

PAOLA prova a scrivere la relazione, ma trova molta difficoltà. Vorrebbe, inoltre, sottolineare l’ analogia fra la sua idea e quelle di BEA e la differenza col pensiero di ALE, ma quest’ ultimo si oppone, suggerendo di indicare un’ unica definizione, che sia un sunto dei loro 3 pareri. Le compagne acconsentono e insieme cercano di dare una corretta formulazione del concetto, il risultato finale è che “ una funzione è un’ operazione con delle variabili che variano nel tempo, il cui utilizzo facilita la risoluzione di problemi.”

ATTIVITA’ 3 (individuale)

Il testo del terzo esercizio chiede di dare una definizione del concetto di pendenza e di indicare quali immagini esso evochi nei diversi studenti.

ALE: “ Spazio-tempo o velocità-tempo?”

PAOLA: “ Spazio-tempo per la pendenza,” intanto cerca di eseguire il compito aiutandosi disegnando sul banco, con la matita, le curve osservate nelle lezioni precedenti.

**Viene, inconsciamente, attribuito valore semiotico ai segni grafici, che vengono prodotti prima della stesura del compito come a favorire il ricordo delle esperienze vissute e a stimolare la funzione di chiarimento del linguaggio.**

Terminata la terza attività, si occupano del quesito successivo, che consiste nel condividere le idee emerse dall’ esercizio 2.

ATTIVITA’ 4

ALE: “ Dobbiamo fare quello che abbiamo fatto prima.”

ALE: “ Per me, la pendenza nei grafici ti dà l’ idea di movimento e di velocità.”

**Il campo concettuale pendenza è collegato al concetto di movimento e di velocità. La pendenza è considerata come rappresentazione della velocità stessa.**

BEA: “ Sì, perché la pendenza è la retta tangente della curva, della linea...e asseconda della pendenza aumenta la velocità, tu cosa hai scritto?” rivolgendosi a PAOLA.

PAOLA: “ Che la pendenza mi fa venire in mente una serie di curve,” disegna dei rami di parabola.

ALE: “ Non solo questo, può essere anche questa,” indica il 1° grafico dell’ attività 5, “ e questa ti dà l’idea che il corpo non sta andando tanto veloce, ma mantiene una velocità costante, ma non alta. Questo che pende di più,” indica il 2° grafico del medesimo esercizio, “ ti dà l’ idea che il corpo è più veloce, percorre uno spazio in tempo più breve e chiaramente a velocità maggiore, e la velocità è costante.”

**Il grafico cartesiano è utilizzato per comunicare e come rappresentazione da cui dedurre informazioni preziose sulla velocità.**

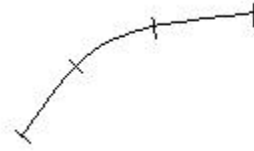
BEA acconsente.

PAOLA: “ Sì, ma a me qualcosa che pende fa venire in mente una curva.”

BEA: “ A me il lato di una montagna, che, asseconda della pendenza, è più o meno ripido.”

**E’ ancora molto forte l’ esigenza di avere delle situazioni di riferimento reali e tangibili per i concetti: ecco quindi emergere l’ idea dell’ associazione alla montagna.**

ALE: “ Io poi ho fatto l’ esempio della retta e...della cosa curva, l’ avevo fatta così, guarda,” e disegna



“ e l’ ho diviso in tre parti. All’ inizio pende di più e vuol dire che parte più veloce, nella seconda parte rallenta e nella terza si ferma, perché la pendenza è sempre meno.”

**Il linguaggio grafico come mezzo di comunicazione e di chiarimento.**

PAOLA: “ Se la pendenza è più o meno orizzontale vuol dire che c’ è un’ accelerazione.”

**Generalizzazione e messa a punto del contesto.**

ALE: “ No, l’ accelerazione c’ è quando c’ è la curva, c’ è sempre.”

PAOLA: “ No, c’ è anche la decelerazione.”

ALE: “ E va bene, accelerazione e decelerazione ci sono sempre.”

BEA: “ Cosa vuol dire più o meno orizzontale? Dipende da che punto di vista la guardi: se una cosa la guardi da su è in discesa, se la guardi da giù è in salita, come la salita di casa mia.”

**Emerge la necessità di individuare un sistema di riferimento, che per esempio nel disegno di ALE non è indicato, ma il suggerimento di BEA non è colto dai compagni, nonostante il chiaro riferimento ad una situazione reale.**

Per eliminare i dubbi di BEA, ALE prende 2 penne, le dispone con inclinazioni differenti, rispetto al banco, ed asserisce che quella con inclinazione minore è la meno pendente.

BEA sostiene che il discorso, se posto in questi termini, è chiaramente banale.

ALE: “ Insomma il muro pende di più rispetto alla matita, ma fra queste due?”

BEA condivide l’ idea esposta prima da ALE, PAOLA si oppone, si arrende solo quando ALE, le mostra i grafici contenuti nell’ attività 5.

**I grafici cartesiani ed oggetti propri della vita quotidiana, come penne e matite, sono utilizzati ampiamente come strumenti semiotici. Il linguaggio gestuale è indispensabile alla comunicazione ed alla funzione di chiarimento.**

ALE: “ Hai capito? E’ come una montagna,” usando quattro penne, costruisce la stilizzazione di due monti, uno più scosceso l’ altro meno, e indica correttamente alle compagne quello in corrispondenza con la pendenza maggiore.

PAOLA: “ Allora la pendenza è sia nelle curve che nelle rette!”

**Esempio di dinamica interno/esterno: grazie agli stimoli visivi prodotti da ALE, PAOLA riesce ad evolvere in zona di sviluppo prossimale e a capire che, anche considerando una retta, si può parlare di tangente e di pendenza.**

Insieme si accingono quindi a redigere la relazione da consegnare: “ dopo aver discusso, ci siamo trovati d’ accordo sul fatto che, osservando la pendenza delle rette tangenti delle linee dei grafici cartesiani, si può dedurre la velocità.”

BEA sostiene che sarebbe meglio parlare di retta tangente in un punto, perché una medesima curva può avere tangenti differenti, a seconda del punto della linea che si considera, per confermare la sua ipotesi traccia “un ramo di iperbole” e 2 diverse rette tangenti.

**Il linguaggio grafico è sfruttato come supporto alla funzione di chiarimento.**

BEA: “ Quindi, osservando la tangente alla curva in un punto, si può dedurre la velocità di quel punto.”

ALE: “ No, del corno in quel punto.”

ALE: “ Però si può fare una specie di esempio della montagna. Se la montagna pende di più e tu, per esempio, butti una palla giù, questa corre più veloce, se, invece, pende di meno, va più lenta.”

ALE riesce ad individuare un esempio significativo, che consente di capire facilmente il legame fra pendenza e velocità, arricchendo l'insieme delle situazioni di riferimento del gruppo relativamente al contesto trattato. Questo è un esempio di come il lavoro fra pari agevoli l'evoluzione culturale; non mi sarebbe mai venuto in mente, in una spiegazione, di proporre un esempio simile, che invece risulta tanto semplice quanto efficace.

BEA: “ Sì, è vero, mi piace, scriviamolo.”

PAOLA termina di scrivere il resoconto e lo sottopone all'opinione dei compagni. ALE ritiene che l'esempio da lui proposto non sia esposto in modo adeguato e lo riscrive personalmente.

Si occupano, quindi, della quinta attività, ognuno dei tre legge, singolarmente, la consegna.

BEA ha una reazione immediata: “ Ma PAOLA, la funzione era quella degli alberi, vero? Non è quella dei grafici cartesiani (il testo della quinta attività ne contiene due).”

Dinamica interno/esterno: a partire dal segno grafico contenuto nel testo, BEA recupera una rappresentazione del concetto di funzione, che aveva inizialmente scartato.

PAOLA: “ E' quella degli alberi, ma è anche quella x,y.”

BEA: “ A sì? Anche quella dei grafici cartesiani, come  $5x-3$ ?”

Si apre, quindi, un nuovo problema.

PAOLA: “ Cosa vuol dire quel cartello?”

BEA: “ La pendenza è del 10%, ma rispetto a cosa?”

PAOLA: “ Forse vuol dire che aumenta del 10% ogni tot km.”

BEA conviene che tale interpretazione potrebbe essere appropriata: “ Ma come si fa a sapere ogni quanti km? Se è del 100% è così,” e posando il braccio sul banco, dispone l'avambraccio in modo che sia perpendicolare all'appoggio, “ allora il 10% è...”

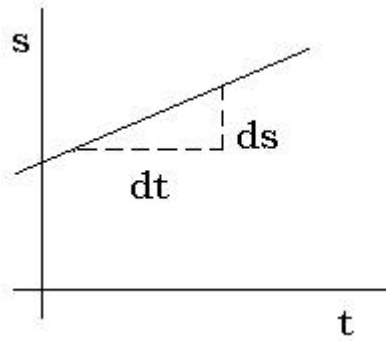
PAOLA: “ Qua”, individua un angolo inferiore a  $90^\circ$  con le mani.

Ancora il linguaggio gestuale a supporto di quello verbale.

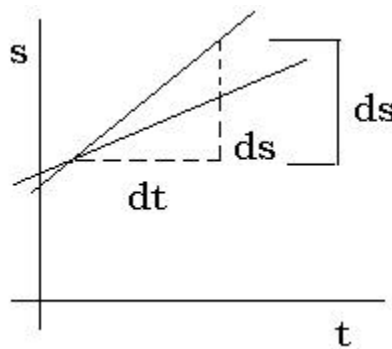
Interviene il professore e, poiché il dubbio sull'interpretazione del cartello stradale è comune a tutta la classe, cerca di eliminare le varie incomprensioni.

PROF: “ Nei grafici spazio-tempo abbiamo detto che la pendenza della retta tangente al grafico rappresenta la velocità. Abbiamo anche visto che la pendenza è il rapporto fra l'incremento delle ordinate e quello delle ascisse, cioè, in sostanza, chiamato  $dt$  l'incremento delle ascisse e  $ds$  quello delle ordinate, dove per incremento si intende aumento, la pendenza è data da  $ds$  fratto  $dt$ , ricordate?”

Disegna



“ Tanto più si va veloce, tanto più la pendenza aumenta.” Rappresenta una nuova retta e la indica: “ Questa ha pendenza maggiore?”



Risposta: “Sì.”

**Espressione della funzione di ricordo e di quella di chiarimento.**

PROF: “ E questo nuovo  $ds$  su  $dt$  diventa maggiore dell'altro. Ora pensate alle salite, 10% di salita. Al ciclista che cosa interessa sapere? Ogni tot strada percorsa, quindi misuro questa,” indica l'ipotenusa del triangolo rettangolo più piccolo, “ di quanto mi sono alzato? Allora 10% significa che ogni 100 m di strada percorsa, mi sono alzato di 10 m.”

**Quella che segue è una domanda che nasce, in zona di sviluppo prossimale, dal disagio provocato nello studente dal contrasto fra la definizione appresa di pendenza e quella a cui si fa riferimento nel caso specifico trattato.**

Michele non capisce perché si fa riferimento alla strada percorsa, invece che alla sua proiezione orizzontale, il professore spiega che non è un problema, perché le pendenze stradali non sono mai molto ripide: “quella del 10% è già una bella pendenza, il 100%...ragionate su com'è, voi pensate sia così,” disegna un angolo retto, “invece...Ragionando come prima se mi muovo di 100 m devo salire di 100 m.”

**Intervento del professore in zona di sviluppo prossimale: la domanda ha lo scopo di accertarsi dell' avvenuto apprendimento, da parte degli studenti, della nuova rappresentazione data della pendenza. L' esito è chiaramente positivo.**

Gianluca: “ E' un angolo di 45°.”

PROF: “ In conclusione, poiché il 10% mi dà una pendenza piccola, posso confondere lo spazio percorso con la sua proiezione.”

Il gruppo si occupa quindi di rispondere al quesito 5.

PAOLA: “ Ogni 100 m la salita aumenta di 10.”

BEA: “ Se da quando ha incontrato il cartello il ciclista ha percorso 50 m di strada in salita, vuol sapere di quanto è salita la strada: 5 m.”

PAOLA: “ Perché?”

PAOLA: “ Allora la salita è costante, non aumenta, perché guarda è così...100 m, 10 m, 100 m, 10 m...”

Disegna una scala in cui la lunghezza della strada è di 100 m e l' alzata è di 10 m e congiunge fra loro gli spigoli successivi individuando una retta.

**Il linguaggio grafico come strumento di chiarimento.**

BEA: “ No, è così.” Prima disegna la retta, poi la proiezione, quindi, ogni 100 m, sulla retta traccia una perpendicolare alla proiezione, sostenendo che la prima misurerà 10 m, la seconda 20,...Non riesce, comunque, a convincere PAOLA: “ L' aumento è da considerarsi sulla proiezione non sulla strada percorsa, altrimenti si avrebbe...” la situazione seguente



BEA: “ ALE, tu cosa hai capito?”

**L' incomprendione fra le due ragazze è legata alla questione posta precedentemente da Michele; probabilmente l' azione di chiarimento del professore non è stata percepita completamente.**

“ Niente!” risponde sconsolato il compagno “ secondo me lo spazio non aumenta in pendenza, ma di lunghezza.” Si schiera, quindi, a favore dell' ipotesi di BEA.

ALE: “ Alla fine comunque avete trovato la stessa cosa perché..” prende la matita e nello schizzo di BEA introduce i gradini stilizzati di PAOLA.