

# LEZIONE DEL 18/2/2002

**GRUPPO:**CRISTINA, FRANCESCO, MICHELE.

Orientato al gruppo: Francesco

Orientato al compito: Michele

Memoria: Cristina

FRANC legge ad alta voce la consegna, intanto individua i dati e li sottolinea, quindi, terminata la lettura, riassume, con l'auto di MIC, la situazione descritta dal testo. Nasce subito una discussione sull'interpretazione delle informazioni date: 800 euro è lo stipendio annuale o mensile? MIC reputa che sia quello mensile, altrimenti risulterebbe troppo esiguo.

FRANC: "Allora bisogna moltiplicare per 12 e fare l'1,5% del totale."

**Manifestazione della funzione programmatrice del linguaggio.**

FRANC: "Cosa significa commutare?"

**Anche in quest'esperienza la padronanza della terminologia risulta un elemento rilevante per l'attività di problem solving.**

PROF: "Significa che dà 40000 euro ad una società assicurativa, che gli fornisce una rendita mensile."

**Azione di chiarimento.**

Il professore chiarisce anche il dubbio precedente relativo allo stipendio. "E' lo stipendio mensile, quindi o calcolate l'1,5% di 800, lo sommate allo stipendio mensile e calcolate il guadagno annuale, o calcolate a quanto ammonta lo stipendio annuale e fate di questo l'1,5%."

MIC: "Quindi basta fare una funzione."

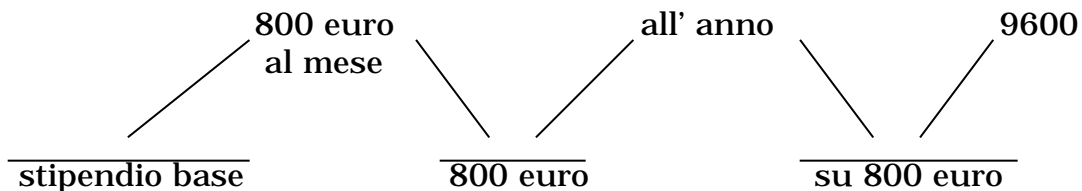
PROF: "Si descrive la situazione mediante un modello e le funzioni sono dei buoni modelli per rappresentare queste situazioni."

MIC rilegge la prima domanda in cui si chiede di determinare il guadagno di Calibano dopo 5 anni e dopo 10.

FRANC: "Io però prima propongo di calcolare questo..."

MIC: "Dopo un anno quanti soldi fa?"

FRANC: "Sì, così poi è più semplice. Possiamo costruirci un modello," scrive



"lo calcoliamo all'anno, che è 9600, a questo bisogna aggiungere più 1,5%"

MIC: "Diventa 9744."

FRANC scrive

$$9600 + 1,5\% = 9744 \text{ euro}$$

↓  
144

MIC: "E' inutile."

**Il segno iconografico prodotto è solo una sorta di schema riassuntivo, ma non aiuta in alcun modo l'evoluzione del ragionamento.**

FRANC: "Per fare un modello dobbiamo fare tutti i passaggi per bene."

MIC: "Quello che gli aggiungo, quindi, è 144 euro."

FRANC: "Ogni anno gli aumenta di 144 euro."

**Difficoltà nella comprensione della situazione problematica, che viene superata grazie ad un momento di interazione sociale, in cui MIC chiarisce al compagno il contesto.**

MIC: "No del 1,5%, che dopo il 1° anno è 144, dopo il 2° di più."

FRANC: "Come funzione potremmo, il primo anno parte da 9600, il 2°  $9600 \cdot 1,5\%$ ," scrive

$A_1 = 9600$

$A_2 = A_1 + 1,5\% (A_1)$

**Primo tentativo di messa in formula, in cui si individua il legame funzionale fra  $A(1)$  e  $A(2)$ , ma non una funzione generica, di una particolare variabile, che rappresenti un modello per la situazione analizzata.**

"vai un po' a prendere quello degli alberi."

**Richiamo di una situazione di riferimento relativa al concetto di funzione.**

MIC: "No, è così il 2° anno avrà  $1 + 1,5\%$ ."

FRANC: "Non potremmo guardare la funzione degli alberi che l'avevamo fatta bene?"

MIC intanto fa i calcoli anno per anno: "Prof, ma in questo caso la funzione è più semplice, perché le altre volte dovevamo togliere qualcosa, invece questa volta anno 1 è 800, anno 2 è anno 1 + 1,5%,..., anno 3..."

PROF: "Ma 1,5% di cosa?"

**Azione in zona di sviluppo prossimale per favorire la comprensione del problema e la messa in formula.**

FRANC: "Di 800."

PROF: "Quindi di?"

MIC: "Anno 1."

Il professore chiede, quindi, a CRIS come sarà il guadagno del 3° anno.

PROF: "Visto che la funzione è semplice, forse qui, si riesce a trovare la funzione esplicita che lega lo stipendio al mese all'anno n-esimo. FRANC intanto prova a scrivere il 4° anno,  $A_4$ , tu CRIS hai capito?"

**Intervento in zona di sviluppo prossimale.**

CRIS: "Bisogna aggiungere l'1,5% dell'anno precedente."

PROF: "A cosa?"

CRIS: "All'anno precedente."

PROF: "Va bene."

PROF: "Quindi la funzione sarà definita per ricorsione ed ogni volta la calcolatrice per calcolare un anno dovrà calcolare il precedente e ciò potrebbe richiedere molto tempo. Si potrebbe però trovare un modo per esprimere la funzione che renda più semplice alla calcolatrice procedere, perché per valori molto grandi potrebbe non rispondere."

**Azione di chiarimento e di stimolo in zona di sviluppo prossimale, che ha il suo effetto, perché MIC recupera la giusta situazione di riferimento.**

MIC ricorda che avevano visto qualcosa del genere nella lezione in cui era stato presentato un problema sulla somministrazione di un farmaco, prende il

e b è il n°, per esempio 9600, basta che fai  $(1,5)^n \cdot 9600$ , che per la calcolatrice è più semplice. Comunque possiamo provare in tutti e due i modi.”

FRANC prova a scrivere la funzione da dare alla calcolatrice

$$N' = N + 1,5 \text{ di } N'$$

**Tentativo di messa in formula che sfocia in un' espressione stenografica.**

MIC non è d' accordo: “ E' come prima, al posto di A hai messo N'.” Armeggia con la calcolatrice.

FRANC: “ Cosa fai?”

MIC: “ Provo a fare la funzione, ma non so se è giusta,..., che scemo non ho scritto cos' è l' anno 1.”

**La calcolatrice non è strumento di comunicazione, forse perché non tutti i componenti del gruppo possiedono la stessa capacità di utilizzarla.**

FRANC sostiene che la situazione problematica e la soluzione sono chiare, il problema è riuscire ad esprimere la seconda in termini matematici.

MIC: “ E' quella lì che hai trovato.”

CRIS: “ Sì, ma devi metterla nella calcolatrice in modo che ti calcoli tutti gli anni.”

MIC: “ No, non serve, bisogna fare come ho detto io prima, sarebbe

$$b = 9600 \cdot 1,5^n$$

ma mi sa che non funziona.”

FRANC intanto scrive

$$A1 = 9600$$

$$A2 = 9600 + 1,5 \text{ di } 9600.$$

MIC gli suggerisce di sostituire nella seconda equazione 9600 ad A1: “ Se no, tanto vale che lo fai a mano.”

**MIC sta compiendo un' azione in zona di sviluppo prossimale nei confronti di FRANC: per passare alla messa in formula è necessario ottenere un' espressione letterale.**

Chiamano il professore.

FRANC: “ Noi avevamo pensato una cosa generica come questa,” indica  $N' = N + 1,5 \text{ di } N'$ , “ che però è come quella di prima con gli A.”

PROF: “ N' cos' è?”

MIC: “ E' il successivo.”

PROF: “ E'  $f(n+1)$ , quindi è?” Scrive, “ $f(n+1) = f(n) + 1,5/100f(n)$ .”

**Intervento in zona di sviluppo prossimale e di chiarimento , in cui si cerca di recuperare gli elementi mancanti per consentire la messa in formula, come la dipendenza della funzione dalla variabile anno, e il giusto metodo di programmazione della calcolatrice.**

MIC: “ Ma ripensando a quello del farmaco.”

PROF: “ bisogna vedere se è proprio uguale, torniamo alla relazione di prima, se vi piace di più, si può anche scrivere  $f(n) = f(n-1) + 1,5/100f(n-1)$ . Queste due equazioni sono la stessa, però dovete dare alla calcolatrice il valore di  $f(1)$ , quello iniziale, 9600, allora sì che la calcolatrice sa calcolare gli altri valori, perché? Perché se gli chiedete  $f(4)$ , cosa scriverà la calcolatrice CRIS?”

CRIS: “ Questa.” Addita una delle 2 formule generiche appena suggerite dal professore.

PROF: “ No,  $f(4)$ ...”

CRIS: “  $=f(3) + 1,5/100f(3)$ .”

MIC: “ Quindi, va a cercare  $f(3)$ .”

PROF: “ Ma non sa cos' è, e allora..”

PROF: “ f(2)?”

CRIS: “ E’ f(1)+1,5/100f(1).”

PROF: “Allora qui si ferma, se gli avete dato il valore di f(1), cioè 9600. Una volta che la calcolatrice conosce f(1), può calcolarsi f(2), e da questo f(3) e così via, ma se non sa f(1), cerca f(0), poi f(-1) e va in LOOP.”

MIC prende la calcolatrice e prova a scrivere il programma, ma non riesce.

FRANC: “ Hai provato a mettere f(1)= 9.600?”

L’errore è dovuto alla condizione data alla macchina da MIC (n>0) e non n>=0.

MIC rinuncia: “ Beh, dopo 5 anni si può fare a mano!”

Il lavoro è disorganico, MIC procede per conto proprio, CRIS si estranea, FRANC prova da solo a programmare la calcolatrice.

MIC : “ A(1) non la trova e A(2) mi dice che non basta la memoria, ma non è possibile perché è vuota”. Continua ad armeggiare con la calcolatrice.

PROF: “ Occorre dire cosa succede per n= 1 e poi per n> 1.”

MIC digita le istruzioni necessarie, il risultato è

A(n)

func

if n= 1

return 9.600

if n> 0

PROF: “ Ma 1 è > 0 e gli abbiamo già detto cosa fare per n= 1, allora non può essere.”

**Azione di chiarimento.**

MIC si corregge:

if n > 1

return 0,015 \* A(n-1) + A(A-1)

end func

Ha però delle difficoltà nella messa in formula, come manifesta il fatto che il programma non gira: “ Dice invalid.”

Il professore gli mostra l’errore: “ Stiamo facendo riferimento all’anno precedente, quindi come si chiamerà?”

**Intervento in zona di sviluppo prossimale in cui si cerca di focalizzare la dipendenza della funzione A dalla variabile n.**

MIC: “ A(n-1).”

Per n=5, ottengono A(5)=10.189,1. Per calcolare A(10) la calcolatrice impiega molto tempo, il risultato è 10.976,5. Cercano quindi di ottenere A(35), ma la macchina da un segnale strano: BUSY, MIC: “Vuol dire che sta calcolando.”

PROF: “ Ciò è dovuto al modo di agire della calcolatrice, dall’ elevato numero di operazioni che deve compiere e da tutti i valori che deve tenere in memoria contemporaneamente. Quindi il problema è: questa è una funzione e va benissimo, ma c’è un modo più veloce per definire la funzione, un modo per definire subito, esplicitamente, stipendio(n) e non in funzione dello stipendio precedente?”

**Azione in zona di sviluppo prossimale e di chiarimento.**

MIC continua a pensare alla funzione individuata per risolvere l’ esercizio riguardante il farmaco. Il professore consiglia di osservare la forma della funzione ottenuta inizialmente:

A(1)=9600

A(2)=A(1)+1,5% A(1)

Nonostante il suggerimento, nessuno dei ragazzi riesce ad uscire dalla situazione di stallo in cui sono precipitati, la causa di ciò è probabilmente la poca familiarità con la funzione trasformazionale del linguaggio algebrico.

MIC non ascolta: “Se si schiaccia ON, viene ERROR BREK.”

PROF: “Vuol dire che interrompe.”

MIC continua a pensare alla soluzione data per il problema del farmaco, consulta gli appunti presi in quell' occasione.

$$\begin{bmatrix} G(0)=b \\ G(1)=0,4 *b \\ G(2)=0,4 *G(1) \end{bmatrix} = G(n)= 0,4 * G(n-1)= (0,4)^n *b$$

Si rende però conto, impostando la calcolatrice, che in tale modo non ottiene nulla. Reputa quindi sia meglio occuparsi dell' ultima domanda che non è in alcun modo legata ai risultati dei quesiti precedenti: “La prima risposta consiglia di lasciare i 40000 euro in banca con gli interessi del 1,5%...”

CRIS: “Io direi b.”

MIC: “Sì, b potrebbe andare bene, perché sono quelle assicurazioni che tu gli dai un tot di soldi al mese e loro ti danno....”

CRIS: “Però per 10 anni non li puoi prendere.”

MIC: “Allora possiamo guardare in 10 anni in banca quanto guadagna, in 10 anni quanto guadagna con questo e con questo,” indica le ultime 2 opzioni.

**Espressione della funzione programmatrice.**

Spiega, quindi, ai compagni in cosa consiste l' ultima proposta: “Ci sono delle assicurazioni che tu gli dai dei soldi e lei te li restituisce, una specie di banca.”

**Intervento di chiarimento.**

FRANC: “Che ti dà non più di 300 euro al mese.”

MIC: “Ah, non è che sono gli interessi! Invece, questo qua,” indica la seconda possibilità, “è una specie di assicurazione che tu gli dai dei soldi per 10 anni e poi ce ne sono diversi tipi... per esempio se ti fai qualcosa ti danno...Quindi una soluzione a questo potrebbe essere calcolare con l' interesse del 1,5% in 10 anni quanto ci fa. FRANC, proviamo a fare una funzione nuova con la tua calcolatrice, che a 40000 ci aggiunge l' 1,5%.”

FRANC: “Va bene, tu dimmi i dati però, ABS..”

**I ragazzi comunicano utilizzando anche termini propri della macchina.**

MIC: “SET..., comunque il secondo dovrebbe guadagnare di più, perché l' interesse è del 6%, però lo svantaggio è che per 10 anni non li può toccare. Basta confrontare il secondo con la rendita che ti dà questo,” indica la terza opzione, “in 10 anni.”

Il professore, ascoltato il ragionamento, fa osservare che la rendita mensile di 300 euro, indicata come terza possibilità, non ha scadenza precisa, è un vitalizio.

**Intervento di chiarimento.**

MIC: “Supponiamo allora che viva ancora 20 anni e guardiamo dopo 20 anni, ....., questa,”addita la terza opzione, “rende all' anno  $300 * 12$ ..”

FRANC: “3600.”

MIC: “\*20.”

FRANC: “72000.”

MIC : “Direi che gli conviene perché alla fine guadagna di più, in 20 anni ci guadagna, se vive di meno cavoli suoi !”

MIC: “ Possiamo vedere, per capire, quale gli conviene, quanto gli danno al mese le altre 2 . Per la prima, prova a guardare  $40000:100*15,\dots$ , con le parentesi.”

**Espressione della funzione programmatrice.**

FRANC: “ E’ uguale.”

MIC: “ Sì, penso che sia uguale.”

MIC: “ 600:12, fa 50 euro al mese, quindi in teoria non gli conviene, però qua i 40000 non li può prendere, invece qua sì e a lungo andare aumentano.”

FRANC: “ Allora ti conviene, perché se lui vuole fare una spesa prima di morire, può prendere i soldi..., forse possiamo dire che sono tutti e tre convenienti a seconda delle situazioni.”

MIC è d’ accordo e lo rispiega a CRIS, perché possa scriverlo nella relazione: “ Tutti sono convenienti, ma hanno dei difetti, dipende da cosa vuol fare.”

MIC legge ai compagni il 2° esercizio: “ Ma ci prende in giro il prof? E’ lo stesso problema, solo che cambia lo stipendio mensile! E’ uguale solo che invece di 9600, sarà  $700*12$ ? Guadagna 8400 all’ anno.”

Chiedono spiegazioni al professore che corregge il testo dell’ esercizio, sostituendo 1,5% con 1,6%.

MIC: “Posso rinunciare al 35° anno?” La calcolatrice sta ancora provando a calcolare  $A(35)$ .

PROF: “ Io direi di sì, cerchiamo un’ altro modo per trovarlo.”

**Intervento in zona di sviluppo prossimale.**

I ragazzi non ascoltano il suggerimento del professore e continuano a risolvere il 2° esercizio.

MIC: “ Visto che guadagna di meno, ma l’ interesse è di più, bisogna vedere se guadagna di più questo o questo,” addita i 2 diversi esercizi, “ quindi si rifa la funzione cambiando solo... e poi confrontiamo.”

**Manifestazione della funzione di chiarimento.**

MIC: “ Ariele dopo 5 anni guadagna poco, 8950,64 euro, dopo 10, anche qui ci mette degli anni, 9689,98 euro. All’ inizio guadagna di più Calibrano, però andando avanti magari lo supera!”

**Espressione della funzione programmatrice.**

CRIS: “ Proviamo a fare il grafico.”

**Per CRIS il grafico è uno schema soggiacente al concetto di confronto. La sua osservazione fa nascere un intenso momento di interazione sociale.**

MIC: “Col grafico si vede il punto in cui lo supera, ma è dura dire  $y=...$ , perché praticamente per disegnare il grafico bisognerebbe dire  $y=..$ ”

FRANC: “ Bisognerebbe fare 2 tabelle.”

MIC: “ Bisognerebbe scrivergli la funzione, però la funzione di una funzione.”

CRIS: “ Mettiamo una funzione su una calcolatrice ed una sull’ altra.”

FRANC: “ Bisogna farli insieme, se no non si incontrano.”

Chiedono delucidazioni al professore: “ Per fargli fare il grafico vi serve una definizione esplicita della funzione. Guardate qua,” indica

$$A(2) = A(1) + 0.015 A(1)$$

“ posso raccogliere  $A(1)$ , fra questi 2?” addita il 2° membro, “ posso o no? E’ una somma questa di 2 addendi, che hanno in comune  $A(1)$ , allora posso raccogliere  $A(1)$  che moltiplica che cosa?”

**Azione di chiarimento in zona di sviluppo prossimale.**

MIC: “  $*1,5,\dots, * 0.015-1, +1.$ ”

PROF: “ Se voi moltiplicate  $A(1)$ , per quello che io scrivo qua dentro dovete

MIC: “ \*1.”

PROF: “ Ma poi c'è anche il +0,015.” Scrive  $A(2)=A(1+0,015)$ , “ ho semplicemente raccolto, se provate a moltiplicare ottenete  $A(1)+0.015 A(1)$ .  $A(3)$ , posso raccogliere  $A(2)$ ? Come viene?”

FRANC: “  $A(2)(1+0,015)$ .”

PROF: “ Perfetto, avete trovato un altro modo di scrivere queste cose semplicemente raccogliendo, ma qui abbiamo un vantaggio in più, perché sappiamo cos'è  $A(2)$ , è  $A(1+0,015)$ , facciamo noi questo calcolo alla calcolatrice adesso, sostituiamo  $A(2)$ , otteniamo  $A(3)=A(1)(1+0,015)(1+0,015)$ ...”

MIC: “ Non si può elevare a potenza?”

PROF: “ Giusto,  $=A(1)(1+0,015)^2$ ,  $A(4)$  cosa sarà?”

In coro: “  $A(1)(1+0,015)^3$ .”

PROF: “  $A(35)$ ?”

MIC: “ Alla 34.”

PROF: “ Allora la funzione che potete disegnare è  $y = 9600 (1,015)^x$ .”

MIC: “ Ero convinto che si poteva applicare, ma non sapevo i dati.”

Prova quindi ad individuare l'intersezione fra il grafico della funzione relativa allo stipendio di Calibano e quella relativa allo stipendio di Ariele, ma ha dei problemi di spazio, non riesce ad individuare l'intervallo in cui le 2 funzioni si incontrano. Solo dopo diversi tentativi, riesce a convalidare la sua ipotesi sull'andamento delle 2 curve.