

L'uso di nuove tecnologie per l'introduzione ai concetti della cinematica

Domingo Paola

Liceo scientifico "A. Issel" Finale Ligure

G.R.E.M.G. Dipartimento di matematica dell'Università di Genova

Introduzione

Come ha scritto Arnold Arons [Arons, 1990], "la breccia che portò alla formazione e al dominio dei concetti fondamentali della cinematica non si formò prima del diciassettesimo secolo. Questo fatto fornisce la misura di quanto tali concetti siano sottili. [...] Nonostante ciò ci si aspetta che i nostri studenti siano in grado di assimilare tutto questo sviluppo attraverso due o tre pagine scritte in maniera oscura e una rapida spiegazione a lezione" (pag. 25).

In cinematica entrano in gioco concetti come quelli di *posizione* e di *istante di tempo*, che vengono spesso confusi e identificati dagli studenti, rispettivamente, con i concetti di *distanza* e di *intervallo di tempo*. Uno dei motivi di questa confusione è da ricercarsi nelle notazioni che vengono introdotte in classe e sui libri di testo, spesso senza le necessarie precisazioni e le opportune riflessioni. Per esempio, la nozione di velocità (media)¹ viene introdotta come rapporto tra una distanza e un intervallo di tempo: $v = \frac{s}{t}$, dove i simboli al numeratore e al denominatore rappresentano proprio una distanza e un intervallo di tempo. Il passo successivo è quello di introdurre la legge oraria di un punto materiale che si muove di moto rettilineo uniforme:

$$s = s_0 + v(t - t_0)$$

o, per un'opportuna scelta del sistema di riferimento, nei quali $s_0 = 0$ e $t_0 = 0$:

$$s = vt (*) .$$

Nei problemi nei quali, per esempio, viene richiesto di ricavare l'intensità della velocità di un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme e che ha percorso una distanza s in un tempo t , gli studenti ricavano $v = \frac{s}{t}$, come "formula inversa" della legge $s = vt$. La confusione tra i concetti di posizione e di distanza e tra quelli di istante di tempo e di intervallo di tempo è così pienamente avviata: in realtà, come è ben noto all'insegnante, nell'equazione (*) i simboli s e t non rappresentano una distanza e un intervallo di tempo, ma, rispettivamente, una posizione e un istante valutati rispetto a un determinato sistema di riferimento.

Arnold Arons [Arons, 1990] suggerisce che, per ovviare a questa pericolosa confusione, sia utile "iniziare con una palla che rotola o un carrello che si muove sul tavolo di un laboratorio. Fate (o immaginate) una fotografia istantanea che mostri l'oggetto a intervalli di tempo costanti; ponete un regolo graduato dietro l'oggetto; fate osservare agli studenti che i numeri sulla scala non rappresentano distanze percorse dall'oggetto; che, come distanze, essi rappresentano lo spostamento da un'origine arbitraria in cui l'oggetto può non essere mai stato; che occorrono due di questi numeri per fornire un'informazione riguardo a un cambiamento di posizione avvenuto nel corso di uno specifico intervallo di tempo; che noi diamo a tali numeri il nome di posizioni (nei miei corsi di solito chiedo agli studenti di schizzare per conto loro delle fotografie stroboscopiche ipotetiche, mentre io li dirigo socraticamente lungo tutto il processo illustrato in precedenza)" (pag. 27).

Altre strategie assai opportune riguardano l'uso di diagrammi che rappresentano la posizione di un corpo in funzione del tempo: in altri termini, grafici di leggi orarie. Tali grafici costituiscono un modo significativo di lavorare sui concetti della cinematica e sono, da un punto di vista cognitivo, complementari alla trattazione condotta con l'uso della lingua naturale e con il formalismo matematico algebrico. Spesso, però, gli studenti non associano le grandezze cinematiche con le caratteristiche del grafico e, anche quando sono indotti a farlo da specifiche richieste e domande dell'insegnante, commettono errori che tradiscono la completa incomprensione del significato e delle potenzialità del linguaggio dei grafici delle leggi orarie. Per esempio, molti studenti confondono la traccia della legge oraria che dà la posizione di un corpo al variare del tempo, con la traiettoria seguita dal corpo in movimento: così può accadere che tali studenti ritengano che un segmento che, in un piano tempo-posizione, ha pendenza positiva, rappresenti la traccia di un corpo che sta procedendo "in salita".

Poco più di vent'anni fa, R.K. Thornton lanciò un progetto, che presentò anche in Italia, che si proponeva di utilizzare una strumentazione di laboratorio formata da un rilevatore sonico collegato a un computer. Tale strumentazione permetteva di rilevare la variazione della posizione di un corpo nel tempo, di inviare i dati a un programma che li traduceva in un grafico mostrato direttamente sullo schermo del computer (Thornton, 1987). Il progetto fu presentato anche in Italia, in particolare a Napoli e a Genova, presso l'ITD (Istituto delle Tecnologie Didattiche), ma non ebbe, almeno qui in Italia, una gran seguito, probabilmente a causa della bassa diffusione, in quei tempi, di strumenti e tecnologie informatiche nelle scuole. Si pensi, per esempio, che le sperimentazioni PNI (Piano Nazionale dell'Informatica), quando il progetto fu presentato, avevano appena iniziato a diffondersi nelle scuole, spesso guardate con sospetto da molti insegnanti. Eppure l'idea di Thornton era particolarmente brillante: si trattava di offrire agli studenti strumenti che consentissero di fare dirette esperienze (in senso stretto, un'esperienza corporea) di concetti particolarmente delicati e

raffinati come quelli della cinematica. Con tali strumenti, lo studente, muovendosi, può direttamente osservare sullo schermo di un computer la traccia della variazione della sua posizione nel tempo (rispetto a un fissato sistema di riferimento). Lo studente può accorgersi che l'aumentare della sua velocità causa un aumento di pendenza del grafico della posizione; che un avvicinarsi all'origine del sistema di riferimento genera un grafico in "discesa", ossia decrescente e così via.

Attualmente sono facilmente disponibili strumenti che consentono di trasferire dati acquisiti da un sensore di posizione a una calcolatrice grafico - simbolica o a un computer, in modo da poter visualizzare, in tempo reale, gli effetti del movimento di un corpo sullo schermo della calcolatrice o del computer. Il Ministero della Pubblica Istruzione ha avviato, in venti scuole italiane, la sperimentazione LabClass sull'uso delle calcolatrici grafico-simboliche a supporto della didattica della matematica e della fisica e, in alcune di queste scuole sono state effettuate esperienze significative proprio con l'uso di sensori (Impedovo, 1999). Inoltre, recenti teorie cognitive, note come teorie dell'embodiment (Lakhoff & Nunez, 2000), suggeriscono che l'uso di questi strumenti possa essere utilizzato anche nell'apprendimento di certi concetti della matematica, come quello di funzione (Arzarello & Robutti, submitted; Ferrara & Robutti, submitted), proprio per la possibilità che offrono di partire da aspetti empirici e percettivi nei processi di astrazione e concettualizzazione.

In questo articolo descrivo un'esperienza, effettuata in quattro classi di terza media, che aveva come obiettivo quello dell'introduzione dei concetti elementari della cinematica usando una strumentazione simile a quella del progetto Thornton.

Gli strumenti utilizzati

Durante le diverse esperienze è stato utilizzato la seguente strumentazione:

- il CBR (Calculator Based Ranger), che è un rilevatore di movimento a ultrasuoni: tale strumento rileva la posizione di un corpo, rispetto a un sistema di riferimento che ha l'origine fissata nel CBR stesso, utilizzando la riflessione di un'onda sonora da parte del corpo e misurando il tempo impiegato dal segnale acustico a percorrere i due tratti di andata e ritorno².
- Una calcolatrice grafico - simbolica TI 89.
- Un cavo di collegamento tra calcolatrice e CBR che consente di inviare i dati dal CBR alla calcolatrice.

² Per una descrizione tecnica più dettagliata dello strumento e del suo funzionamento, si veda il sito

- Un software, residente su CBR (Program Ranger), ma che può essere trasferito sulla calcolatrice e che consente di elaborare i dati inviati alla calcolatrice dal CBR.
- Un View Screen, una lavagna luminosa e un cavo di collegamento tra View Screen e calcolatrice, in modo che i dati elaborati dalla calcolatrice e il grafico tracciato sul suo schermo, potessero essere proiettati sul muro o su uno schermo di dimensioni adeguate per poter essere viste da tutti gli studenti della classe.

Descrizione delle esperienze effettuate

Le attività qui descritte sono state progettate da me e proposte, in orario curricolare, tra aprile e maggio del passato anno scolastico, ad allievi e insegnanti della scuola media "Ramella" di Loano nell'ambito di attività previste dall'art. 3 del DM 9 agosto 1999, n.323 comma 4: "la programmazione curricolare può prevedere, nell'ambito delle possibili compensazioni tra le discipline, fino a un massimo del 15% di ciascuna di esse, moduli che presentino le caratteristiche essenziali degli indirizzi delle scuole secondarie superiori, anche con il concorso dei docenti delle scuole secondarie superiori collegate in rete". Ogni classe è stata coinvolta, fra attività sperimentali, di elaborazione e analisi dei dati, di discussione guidata e di verifica, per circa sei-sette ore.

Le classi erano formate da un minimo di ventiquattro a un massimo di trenta alunni. Gli alunni di ciascuna classe sono stati suddivisi in gruppi di quattro-cinque componenti. La suddivisione dei gruppi è stata effettuata dall'insegnante della classe interessata, in modo tale che i gruppi risultassero sufficientemente omogenei fra loro relativamente alla preparazione e ai risultati di profitto degli studenti. Ciascun gruppo ha, in seguito, eletto un coordinatore.

Prima di iniziare le attività ho descritto brevemente agli alunni e alle insegnanti di ciascuna classe i principi di funzionamento dell'apparato sperimentale; mi sono limitato a dire come funziona il rilevatore di posizione e che cosa avrebbero visto proiettato sul muro. Non ho detto, però, rispetto a quale sistema di riferimento venivano rilevate le posizioni dei ragazzi in movimento: ho cercato di coinvolgerli già dalla prima esperienza in un'attività di ricerca e scoperta del *perché* sul muro compariva un certo grafico piuttosto di un altro.

La prima esperienza proposta è stata quella di far muovere, uno alla volta, i coordinatori di ciascun gruppo, mentre sia chi si muoveva, sia i compagni osservavano delinearsi sul muro il grafico della posizione al variare del tempo. Queste prime osservazioni potevano già condurre a produzione di ipotesi che, però, non dovevano necessariamente essere comunicate o condivise. Anzi, la consegna era che non venissero comunicate al resto della classe. Dopo questa prima esperienza, della durata media di circa tre minuti, i ragazzi hanno avuto una decina di minuti per discutere all'interno del proprio gruppo sulle osservazioni effettuate e su eventuali dubbi sorti in seguito alla riflessione sulle

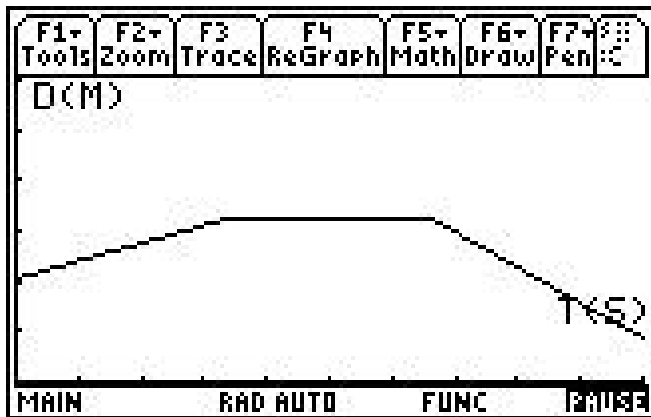
osservazioni. In questa prima fase la discussione all'interno dei gruppi non è stata molto animata. Alcuni studenti non capivano bene quale fosse effettivamente il loro compito; altri avevano difficoltà a comprendere quale fosse il "punto rispetto al quale vengono misurate le posizioni". Qualche studente aveva, però, già iniziato a fare congetture sulle parti di grafico più o meno "in pendenza" e al loro significato ("Le parti che sono più in pendenza indicano che il ritmo del movimento è più veloce").

La seconda esperienza è stata effettuata da tutti gli alunni, coordinatori dei gruppi esclusi. Ciascuno degli studenti doveva prima muoversi senza che il rilevatore di posizione fosse in funzione. I loro compagni avrebbero dovuto disegnare un grafico tempo-posizione. Tale grafico sarebbe poi stato messo a confronto con quello proiettato dal View Screen quando lo studente avesse ripetuto il movimento, questa volta con il rilevatore in funzione. Alla fine di quest'esperienza, durata in media circa venti minuti, gli studenti dovevano riunirsi nuovamente in gruppo per una quindicina di minuti, per raccogliere le idee e iniziare a fornire risposte più organizzate alle seguenti domande: rispetto a quale punto vengono valutate le posizioni? Che cosa rappresenta un segmento orizzontale in un grafico tempo-posizione? Che cosa rappresenta un segmento obliquo? Che cosa rappresenta la pendenza del segmento? E che cosa indica un tratto di curva?

Quasi tutti gli studenti, alla fine di questa seconda esperienza erano ormai in grado di rispondere correttamente alle prime due domande; la maggior parte non aveva problemi anche sulla terza e sulla quarta, mentre rimanevano dubbi e perplessità sulla quinta per quasi tutti gli studenti (solo due o tre per classe, in media, sono riusciti ad associare a un tratto di curva l'informazione che la velocità varia).

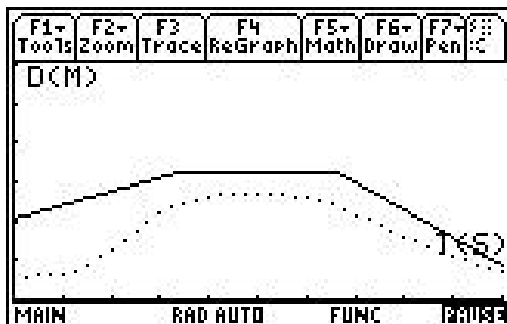
Nella terza esperienza i coordinatori di ciascun gruppo dovevano descrivere verbalmente, mentre si muovevano, il tipo di movimento effettuato e, al tempo stesso, dovevano descrivere, senza girare la testa verso il muro dove il grafico veniva proiettato, l'andamento del grafico. I compagni di gruppo dovevano prendere nota di eventuali errori commessi dal coordinatore per poi discuterne al termine dell'esperienza. Questa esperienza è durata circa 5 minuti.

La quarta esperienza è stata effettuata, uno alla volta, da tutti gli studenti. Il programma Ranger, utilizzato per raccogliere ed elaborare i dati, consente anche di far generare dalla calcolatrice grafici di tempo-posizione casuali (si tratta sempre, però, di grafici formati da tratti rettilinei, mai curvilinei) del tipo di quello rappresentato nella seguente figura.



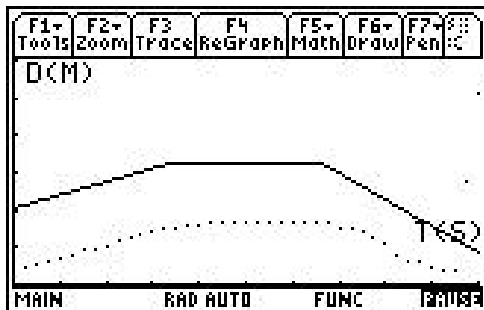
Gli studenti dovevano osservare il grafico generato dalla calcolatrice e poi muoversi in modo tale da generare, con il proprio movimento, un grafico che si avvicinasse il più possibile a quello generato dalla calcolatrice.

Le prestazioni degli studenti sono state assai differenziate: alcuni di essi hanno dimostrato un notevole controllo del proprio movimento, riuscendo a riprodurre in modo pressoché perfetto i grafici generati dalla calcolatrice; altri studenti, invece, hanno evidenziato notevoli difficoltà, non solo nell'individuazione della corretta posizione di partenza, ma anche nel controllo della velocità e, talvolta, anche nella comprensione di quale dovesse essere il verso del movimento per riprodurre la crescita delle funzioni generate dalla calcolatrice. Spesso gli studenti che non individuavano la corretta posizione di partenza tendevano a muoversi più (o meno) velocemente, in modo da riportare il tracciato della legge oraria della loro posizione sul grafico generato dalla calcolatrice, come suggerisce la seguente figura



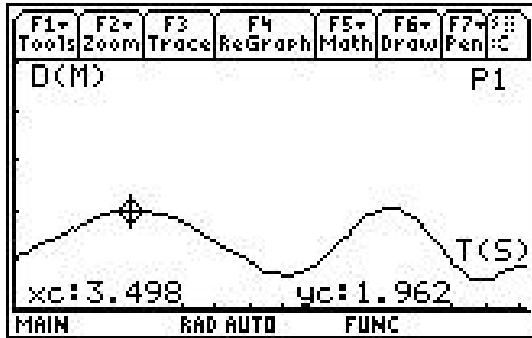
Solo alcuni evitavano di preoccuparsi dell'errore nella posizione di partenza e tentavano di far tracciare un grafico che seguisse l'andamento di quello generato dalla calcolatrice; in altri termini cercavano di fare in modo che i diversi tratti rettilinei del grafico generato dalla calcolatrice e del

grafico tracciato durante il movimento, fossero a due a due quasi paralleli, come suggerisce la seguente immagine.



In effetti, nonostante prestazioni assai diversificate, ho osservato (e le insegnanti lo hanno confermato) che, mediamente, le difficoltà evidenziate tendevano a diminuire dopo i primi dieci tentativi, mentre aumentavano le buone prestazioni. Quest'esperienza è durata in media circa trenta minuti, al termine dei quali gli studenti hanno avuto altri quindici minuti circa per discutere all'interno dei vari gruppi di lavoro. Il linguaggio utilizzato in questa fase di discussione ha continuato ad essere piuttosto distante da quello specifico della cinematica. Per esempio molti studenti parlano di *ritmo*, identificando tale termine con quello di velocità. D'altra parte il *ritmo* costituisce probabilmente un campo di esperienza scolastica ed extra-scolastica molto forte: si pensi, per esempio, alle filastrocche, alle *conte*, alle catene di numeri, alle cantilene ... così usuali nella scuola materna ed elementare. Proprio l'osservazione che gli studenti non dispongono ancora di un linguaggio appropriato per descrivere queste esperienze fa capire che, nonostante termini come quelli di istante, posizione, velocità e accelerazione facciano parte del linguaggio quotidiano, i concetti di posizione, istante, velocità e accelerazione, non siano in alcun modo introiettati. L'importanza di esperienze di questo tipo diventa quindi strategica, proprio perché consente un approccio percettivo, empirico, diretto, ma al tempo stesso permette di riflettere sulle esperienze fatte: una prima riflessione si ha proprio nel momento in cui lo studente che si muove vede il grafico del proprio movimento proiettato sullo schermo. Tale grafico ha un valore semiotico fondamentale: è un po' come potersi osservare dall'esterno mentre si agisce. Ci si muove e si vede un prodotto del movimento e le conseguenze sono significative: movimento, prodotto del movimento e interpretazione vanno quasi di pari passo.

Nell'ultima esperienza, della durata di dieci minuti circa, ciascun coordinatore dei vari gruppi si è mosso e i compagni di gruppo hanno disegnato sul proprio quaderno il grafico tracciato dalla calcolatrice durante il movimento del coordinatore. Al termine del movimento, il coordinatore ha utilizzato la funzione di *trace* che consente di spostare un cursore sul grafico tracciato e di rilevare coppie tempo posizione, indicate, come suggerisce la seguente figura, nella parte bassa dello schermo della calcolatrice.



I dati raccolti sono stati elaborati in classe dagli studenti, con l'aiuto l'insegnante, in successive lezioni. In particolare gli studenti hanno effettuato calcoli di velocità medie su diversi intervalli di tempo; hanno utilizzato alcuni risultati ottenuti nell'elaborazione dei dati delle tabelle per validare le ipotesi eventualmente fatte sul significato dei tratti di curva e di retta, o per aiutarsi nella produzione di tali ipotesi.

Dopo due lezioni di elaborazione dei dati, è stata effettuata una lezione di discussione collettiva, coordinata dall'insegnante, sull'elaborazione dei dati. L'obiettivo di questa lezione era quello di avviare gli studenti, mediante l'azione di coordinamento e di mediazione dell'insegnante, all'uso appropriato del linguaggio specifico della cinematica, almeno per quel che riguarda i concetti di posizione, istante di tempo, velocità e accelerazione.

Infine è stato assegnato agli studenti il test riportato, per completezza di informazione, in appendice, e volto a valutare il livello di comprensione dei concetti introdotti mediante queste esperienze.

Conclusioni

Ovviamente non si può pensare che sia sufficiente un lavoro di questo tipo per far acquisire definitivamente concetti assai delicati come quelli della cinematica, che risultano ostici nonostante facciano parte della nostra esperienza quotidiana e rimangono ostici anche quando vengono introdotti a scuola con vari strumenti e metodi (lavagna gesso, libri, esercizi ed esperienze di laboratorio eseguite dal tecnico o dall'insegnante). I dati riassuntivi, relativi alle risposte fornite dagli studenti hanno quindi solo uno scopo informativo: non si può pretendere di poter trarre da essi conclusioni significative, anche perché l'esperienza è stata limitata nel tempo e nello spazio didattico. In particolare calcolatrici e sensori non sono strumenti di uso comune e quotidiano nelle classi interessate a questa esperienza.

L'ipotesi che mi sento di proporre all'attenzione di chi legge è che l'uso dei sensori, così come è stato descritto in questo articolo, potrebbe avere il pregio di consentire agli studenti di effettuare esperienze significative come quelle della vita quotidiana, ma condotte in un ambiente adeguato a favorire e guidare la riflessione sulle esperienze stesse, quale è quello scolastico. È possibile che,

quotidiana e, viceversa, l'esperienza quotidiana extrascolastica dei concetti della cinematica sia spesso effettuata in ambienti che non favoriscono la riflessione e la meditazione necessarie per comprendere il significato di tali concetti.

Quale che sia la plausibilità di questa ipotesi, il mondo dei sensori apre comunque prospettive stimolanti e interessanti per l'insegnamento apprendimento e per la ricerca didattica. In particolare, sarebbe opportuno studiare se e come l'uso di strumenti quali quelli descritti in questo articolo, attraverso la possibilità che offrono agli studenti di mediare la loro attività cognitiva con esperienze fortemente legate al livello percettivo, possa favorire l'acquisizione di concetti assai delicati e astratti. Per esempio, potrebbe essere interessante studiare se un uso prolungato e costante di strumenti di questo tipo, con attività condotte in ambienti di apprendimento accuratamente progettati, possa contribuire a un'evoluzione significativa del linguaggio utilizzato dagli studenti nel descrivere le attività svolte e le conoscenze costruite, potenziando, in particolare, la capacità di generare metafore fondanti, legate agli aspetti percettivi (soprattutto al movimento), di cui è ricco il linguaggio scientifico.

Si tratta di prospettive di ricerca che iniziano a essere avviate in modo serio e approfondito, come testimoniano i lavori di alcuni nuclei di ricerca didattica (Arzarello & Robutti, Ferrara & Robutti, submitted) e di alcuni insegnanti (Impedovo, 1999).

Bibliografia

- Arons, A.B.: 1990, *A Guide to Introductory Physics Teaching*, John Wiley & Sons, Inc.
- Arzarello, F. , Robutti, O.: (submitted), From body motion to algebra through graphing, *ICMI Studies* 2001
- Ferrara, F., Robutti, O.: (submitted) A graphical approach to functions through body motion, CIEAEM 53, Verbania
- Impedovo, M.: 1999, Matematica e fisica, Convegno Matematica e aspetti interdisciplinari, Mathesis sez. di Verbania e CERFIM di Locarno, consultabile presso sul sito <http://space.tin.it/scuola/Oimpedov/Articoli.htm>
- Lakhoff, G. & Nunez, R.: 2000, *Where Mathematics Comes From*, New York, Basic Books
- Thornton, R.K.: 1987, Tools for Scientific Thinking: Microcomputer-Based Laboratory for Physics Teaching, *Physic Ed.*, 22, 230.

Appendice

Test di verifica sull'esperienza di laboratorio

Come ricorderai, qualche giorno fa hai effettuato un'esperienza nella quale un sensore ha rilevato il movimento del tuo corpo al variare del tempo e ha inviato i dati a una calcolatrice grafica che li ha elaborati e ha prodotto, su uno schermo

Ti chiediamo di riferirti a quell'esperienza per rispondere alle seguenti domande, segnando una crocetta nella colonna di destra, in corrispondenza della risposta che consideri esatta, o in corrispondenza della riga "non so rispondere".
Grazie per la collaborazione.

1. Che cosa rappresenta un segmento orizzontale in un grafico posizione-tempo?	
a) posizione uguale a 0	
b) velocità uguale a 0	
c) velocità costante, ma diversa da 0	
d) nessuna delle precedenti risposte è corretta	
e) non so rispondere	

2. Che cosa rappresenta un segmento obliquo in un grafico posizione-tempo?	
a) posizione che non varia nel tempo	
b) se sale, vuol dire che il corpo va in salita, se scende, vuol dire che il corpo va in discesa	
c) velocità costante e diversa da 0	
d) nessuna delle precedenti risposte è corretta	
e) non so rispondere	

3. Dati i due seguenti grafici posizione-tempo, quale dei due rappresenta il moto del corpo più veloce?	
a) quello contrassegnato con il numero 1	
b) quello contrassegnato con il numero 2	
c) dipende dall'unità di misura sugli assi	
d) nessuna delle precedenti risposte è corretta	
e) non so rispondere	

4. Che cosa rappresenta una curva in un grafico posizione-tempo?	
a) velocità costante ma diversa da 0	
b) velocità uguale a 0	
c) posizione che varia costantemente	
d) nessuna delle precedenti risposte è corretta	

e) non so rispondere	
----------------------	--

5. Un corpo percorre 50 metri in 200 secondi. Possiamo dire che la sua velocità è:	
a) 4metri al secondo	
b) 0,25 metri al secondo	
c) 50 000 metri al secondo	
d) nessuna delle precedenti risposte è corretta	
e) non so rispondere	

6. Disegna, in un piano posizione-tempo un possibile grafico di un corpo che partendo all'istante 0 secondi dalla posizione 2metri, si muova per 10 secondi con velocità di 2 metri al secondo, poi stia fermo per 5 secondi e, infine, ritorni nella posizione di partenza in 5 secondi.

Sai dire qual è stata la velocità del corpo negli ultimi 5 secondi?

La seguente tabella riporta le risposte che sono state rilevate dalle insegnanti delle quattro classi e che ho ricevuto all'inizio di quest'anno scolastico (non vengono indicate, in tabella, le poche risposte non date da alcuni studenti).

Domanda	Frequenza opzione a)	Frequenza opzione b)	Frequenza opzione c)	Frequenza opzione d)	Frequenza opzione e)
1	5	82	7	17	0
2	5	25	63	12	0
3	11	63	8	0	0
4	7	1	85	10	0
5	48	55	1	2	0

Le insegnanti hanno inoltre sintetizzato nel seguente modo le risposte alla domanda 6:

Grafico errato	Grafico parzialmente corretto	Grafico corretto
42	31	33