

## UNA MATTINA CON JEROME BRUNER

*Abbiamo avuto la fortuna di trascorrere una mattina con Jerome Bruner, all'Università. Era il 20 di luglio, ma pioveva forte. C'erano più di cento persone, studenti, insegnanti, ricercatori, molti venuti da lontano. Il tema era il seguente:*

### LA TRANSIZIONE DAL LINGUAGGIO QUOTIDIANO AL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA

*(traduzione curata da Silvia Di Giacomo)*

*P..S. E' difficile incontrare Jerome Bruner senza provare, oltre all'ammirazione, anche affetto ed amicizia. All'angoscia prodotta dall'attentato dell'11 settembre, si è così aggiunta l'ansia di saperlo a New York, a pochi isolati dalle Twin Towers. E' stato un sollievo avere sue notizie, anche se, come ci ha scritto alcuni giorni dopo, "il mondo non sarà più lo stesso per nessuno di noi".*

*Paradigmatico /  
narrativo*

Buongiorno, siete molto coraggiosi a venir fuori con questo tempo.

Vorrei oggi parlare di didattica della matematica e linguaggio della matematica, ma non è possibile parlare di linguaggio della matematica senza confrontarlo con qualcos'altro. E' un linguaggio che non esiste in modo indipendente, ma solamente a confronto con qualche altra cosa.

A rischio di semplificare troppo, dirò che ci sono solamente due tipi fondamentali di pensiero umano ai quali corrispondono sostanzialmente due tipi di comunicazione e vorrei introdurre questi due termini

#### PARADIGMATICO - NARRATIVO

per descriverli. Questi due termini rappresentano non solo due modalità diversi di pensare e di comunicare ma sono anche alla base di due ideologie diverse. La modalità narrativa, come avremo modo di esaminare più in dettaglio, in seguito, è tipica per descrivere le situazioni nella loro ricchezza contestuale. Invece, la modalità paradigmatica che ha così tanto affascinato durante l'Illuminismo, cerca di descrivere concetti e situazioni completamente al di fuori del contesto, così come sono in astratto. Quindi la modalità narrativa è la modalità del pensiero e delle situazioni umane nel loro contesto; quella paradigmatica, invece, è una modalità completamente decontestualizzata.

*La matematica*

La modalità paradigmatica è una modalità relativamente nuova del pensiero umano mentre quella narrativa è estremamente antica, in qualche modo fondante, al punto che si potrebbe pensare che la modalità narrativa è alla base del linguaggio naturale mentre quella paradigmatica, così nuova, è alla base del linguaggio matematico. Il primo e più importante assioma di questa teoria è che le due modalità non possono mai essere completamente separate. Accade spesso che si prenda un testo in modalità narrativa e si cerchi di trasformarlo, di convertirlo in

<i>Il G8</i>	<p>perde qualcosa.</p> <p>Questo non è solamente un problema astratto ma anche un problema politico attuale. Ciò che sta accadendo a Genova ( <i>NB</i>, <i>sono i giorni del G8</i>) è cercare di far diventare il mondo paradigmatico per mezzo dell'uso dell'economia matematica, dimenticando completamente la storia delle vite umane.</p>
<i>I limiti della matematica</i>	<p>Questa non è una critica della matematica ma è un avvertimento che la matematica ha i suoi limiti di applicazione, non può essere utilizzata per qualsiasi cosa. Così ho pensato, forse in modo perverso, che il modo migliore per descrivere cos'è il pensiero matematico è innanzitutto introdurre, spiegare cos'è la modalità narrativa del pensiero.</p>
<i>La Poetica di Aristotele</i>	<p>E' mia intenzione fare riferimento ad un testo classico; "La poetica" di Aristotele; perlomeno Aristotele come lo ricordo io. Nella poetica di Aristotele è contenuta una caratterizzazione paradigmatica della modalità narrativa. Una storia comincia quando si prende qualche cosa come garantita, come coerente con lo stato ordinario delle cose.</p>
<i>Ti piacerebbe comprare una teoria?</i>	<p>Per esempio, stavo camminando dal teatro Ariosto, lungo la strada per venire qui, stamattina, e ci sono una certa serie canonica di cose che chiunque può aspettarsi in questa data situazione. Ad un certo punto, però, succede qualcosa che viola questo stato di cose, queste aspettative (per cui Aristotele utilizza la parola greca <i>peripeteia</i> - da cui l'italiano <i>peripezia</i>). Tornando all'esempio, mentre sto camminando dal teatro Ariosto all'Università un passante mi chiede: "Ti piacerebbe comprare una teoria?" Io, sorpreso, dico: "Questo è impossibile non si comprano e vendono teorie, si fanno! E' una pazzia pensare di vendere o comprare una teoria". Dopo questa violazione delle aspettative, il passo successivo è come il personaggio, protagonista della storia, ristabilisce la situazione canonica data come punto di partenza. Ci sono varie azioni possibili per ristabilire la normalità. Riferendomi nuovamente all'esempio, potrei rivolgermi all'Assessore alla Cultura e chiederle se a Reggio Emilia si vendono le teorie; oppure potrei chiamare la polizia o la neuro e dir loro che c'è un pazzo. In ogni caso, provo a restaurare il mondo nella sua forma canonica coerente con le aspettative comuni. A questo punto, in genere, la storia ha un'ulteriore conclusione, un'ulteriore parte finale. Sempre per esemplificare, potrei esclamare, dopo aver fatto internare alla neuro il venditore di teoria: "Ah che mondo! Può succedere di tutto in questi giorni!"</p>
<i>La peripeteia e la tragedia greca</i>	<p>Ciò che Aristotele prova a fare nella sua poetica, in modo molto paradigmatico, è individuare i vari tipi di storie, per esempio, c'è il tragico, l'ironico, il comico e il romantico. Ciò che caratterizza le storie tragiche, secondo Aristotele, è che le azioni avvengono a causa della forza interna dell'eroe, dalla "forza del destino" che connota l'eroe stesso. Sia la <i>peripeteia</i> che le azioni successive tese a superare la <i>peripeteia</i> stessa vengono intraprese grazie</p>

tragico. Per esemplificare la nozione di “forza del destino” si pensi all’Antigone di Sofocle dove troviamo i due figli di Edipo e Giocasta che, essendo la prole di Edipo e di sua madre, diventano protagonisti di una serie di azioni tragiche del tutto dipendenti da forze interiori che scaturiscono dalla loro stessa genesi. Come si vede anche in altre tragedie greche, ad esempio in Eschilo, la tragedia deve essere conclusa, tutto deve coincidere, trovare esatta collocazione ed è sempre qualcosa di intrinseco allo sviluppo della tragedia stessa. Niente succede per caso nella tragedia. Aristotele afferma fortemente che tutto ciò sia paradigmatico ossia necessario in modo matematico. Grazie a Dio, fino a poco tempo fa, nessuno ha mai creduto ad Aristotele! Oggi ho degli amici a New York, del Dipartimento di Informatica, che stanno provando a scrivere dei drammi, dei pezzi teatrali generati con il computer. Queste drammi sono così stupidi che se le avesse scritti un bambino la reazione sarebbe di assoluta incredulità, perché ciò che manca in questi pezzi teatrali è il contesto, la loro collocazione culturale.

*La generazione automatica di testi teatrali*

*L'analisi del linguaggio: congiuntivi, indicativi ....*

Personalmente ritengo che sia una cosa meravigliosa cercare di analizzare i drammi in modo paradigmatico perché, in questo modo, si comprende meglio la narrativa e la si utilizza in modo più appropriato. L’aspetto paradigmatico va però integrato con la conoscenza del contesto.

E’ possibile analizzare il linguaggio in modi affascinanti; ad esempio; ci si chiede che tipo di linguaggio è utilizzato nella parte iniziale della storia e quale nella peripeteia quando le aspettative vengono violate. Nei miei studi ho trovato che il linguaggio della peripeteia è la voce del congiuntivo mentre nella parte canonica si ha l’indicativo.

*... e linguaggio dei segni.*

Ho osservato i sordi raccontarsi delle storie fra di loro: quando descrivono fatti canonici, i segni, i gesti sono affidati alle mani abbassate, viceversa, nella peripeteia le mani vengono sollevate all’altezza del capo.

*Il mantello e il guado*

Stiamo gradualmente imparando qual è l'aspetto paradigmatico della narrativa, malgrado ciò, manca ancora la sensibilità al contesto, ciò che in linguistica viene definito pragmatica. In linguistica abbiamo: la sintassi, la semantica e la pragmatica cioè le forme, i significati e l'uso. C'è un aneddoto nella storia di Sir Walter Scott: la regina Elisabetta I sta passeggiando e un lord, per proteggerla dal fango, stende il suo mantello. C'è qualcosa, in questo gesto del togliersi il mantello, di molto differente rispetto alla predisposizione di un guado. C'è, nell'eleganza di questo gesto, un elemento legato al contesto che la pragmatica non è in grado di prendere in considerazione. Stiamo parlando di quel genere di cose che potremmo, ad esempio, definire "gentili".

*La bilancia matematica*

Passiamo ora alla matematica. Voglio mostrarvi come può un bambino di dieci anni mettere in equilibrio la bilancia dei numeri (*Jerome Bruner manipola effettivamente la bilancia*). Può mantenere in equilibrio la bilancia inserendo i pesi in corrispondenza dello stesso numero su entrambi i bracci. Nell'utilizzare questo strumento un bambino di dieci anni non ha alcuna difficoltà perché conosce l'altalena (a bilico). Successivamente, può mettere in equilibrio la bilancia inserendo un peso sul 6 e, sull'altro braccio, due pesi, ciascuno uguale al primo, sul 3. In modo analogo utilizzare un peso per l'8 e due sul 4.

*Vero o falso?*

Il ragazzino che ho osservato, ad un certo punto, ha esclamato: "Sai una cosa? Questo aggeggio conosce la matematica!" Grazie a questa attività e ad una serie di domande interessanti scaturite dall'attività stessa, il ragazzino ha progredito nelle sue conoscenze rispetto alla notazione fino al punto di riuscire a valutare la correttezza di questa notazione:  $(x+2)^2 = x^2 + 2x + 4$ . Non a definirla bella o brutta, ma solo vera o falsa.

*Gli strumenti 'conoscono' la matematica?*

Successivamente abbiamo utilizzato dei quadrati sulla lavagna del valore  $1 \times 1$  e abbiamo eseguito lo stesso genere di attività svolte con la bilancia. Un matematico che guarda ritiene interessante ciò che vede, perché il bambino sta imparando le funzioni quadratiche. Può cominciare una discussione molto interessante relativamente al fatto che gli strumenti utilizzati "conoscano" la matematica.

*Lo zero*

Un bambino ha chiesto, ad esempio, come si può chiamare il fulcro e durante la discussione fantastica che è seguita qualcuno ha rilevato che se due pesi sul 5 e uno sul 10 mantengono in equilibrio la bilancia allora il fulcro deve essere 0 perché non c'è niente che viene né aggiunto né tolto, 0 è semplicemente ciò che permette di essere alla base di tutto. Si noti che neppure i greci riuscirono a sviluppare il concetto di 0. Abbiamo fornito un piccolo mondo che ha permesso ai bambini di agire, in questo modo hanno imparato non solo la sintassi ma anche la pragmatica.

*Il dialogo*

Si è realizzata una situazione in cui lo sviluppo dei concetti matematici è dovuto allo scambio, necessita di questo dialogo e non dipende solo dalla matematica "conosciuta" dall'oggetto e dal

aggiungere la narrativa per aiutarsi, per spiegare meglio, compiere il passo successivo; alla paradigmatica affianca la narrativa.

*La proprietà  
commutativa:  
eschimesi ed  
igloo*

Per esemplificare ulteriormente, un bambino ha affermato che è la stessa cosa mettere tre pesi sul 2 da un lato e due pesi sul 3 dall'altro lato; qualcuno però ha contraddetto questa affermazione relativa alla proprietà commutativa, attraverso questo ragionamento: "Supponi di stare al polo Nord: avere due eschimesi per ogni igloo e tre igloo non è la stessa cosa che avere tre eschimesi per igloo e due igloo. Nel primo caso gli eschimesi vivono molto più comodamente che nel secondo!" Questo secondo bambino sta imparando che ci sono dei limiti nel principio commutativo dell'algebra e i limiti sono contenuti nel contesto in cui le cose accadono.

*Ancora sul G8*

Il problema del G8 di Genova è che loro non credono in questi limiti, credono che i numeri siano tutto.

<i>Computer, uccelli e alberi</i>	Ciò che mi colpisce è che i bambini, la gente hanno grande difficoltà nel fare matematica, in questo mondo astratto della paradigmatica. Hanno bisogno della narrativa, di introdurre storie. L'altro giorno, per esempio, ero all'hotel Astoria e stavo guardando bambini di 5 anni che imparavano ad usare il computer. Erano state insegnate loro le solite nozioni astratte di unità centrale, unità per la memoria ... tutto molto astratto. Semplicemente per passare informazioni lungo il sistema. Ma i bambini hanno fatto di meglio. Hanno portato un enorme ramo di pino in classe su cui hanno appeso pezzi del computer come uccelli sull'albero. Il passaggio del segnale era rappresentato dagli uccelli che segnalavano il bisogno di cibo, di movimento quindi la macchina è stata rappresentata in forma narrativa.
<i>Gli insegnanti di matematica e i matematici</i>	Ci sono alcuni insegnanti di matematica e alcuni formatori per insegnanti che ritengono che ciò sia sbagliato. Io posso affermare che c'è qualcosa di decisamente sbagliato nell'idea che occorra rimanere sempre nel modo paradigmatico. Ho avuto due grandi amici nella mia vita, entrambi matematici. Questi amici erano dei grandi narratori in contesti matematici; potevano fare scherzi matematici, spiegare tutto senza introdurre la notazione (la matematica nel suo aspetto più formale) e solo alla fine, gentilmente, mostrare, ad esempio, il segno dell'addizione suscitando come reazione la sensazione di averne veramente compreso il significato.
<i>Da dove cominciare</i>	C'è un altro problema che riguarda l'insegnamento della matematica e cioè che la cultura dominante spesso e volentieri tende a nascondere la narrativa che è significativa per alcuni azioni ricorrenti che non sono numeriche. Per esempio, c'è un'interessante statistica negli Stati Uniti che dice che il 3% della popolazione di questo paese possiede l'85% della ricchezza. Mi piacerebbe vedere che gli insegnanti durante la loro lezione utilizzassero esempi concreti per insegnare a pensare anche alla parte narrativa della matematica che stanno imparando. Comincerei con il dominio dell'economia e lo preferirei rispetto all'utilizzo delle bilance come quella che ho mostrato. Comincerei con la nozione di uguaglianza perché non è possibile separare la matematica da tutto il resto. Non c'è nulla che viva in modo autosufficiente neanche la matematica.
<i>Gli enunciati e le dimostrazioni</i>	Abbiamo anche bisogno degli enunciati, di insegnare a inventare delle dimostrazioni matematiche, anche con oggetti come la bilancia
<i>I principi della fisica</i>	Vi racconto la storia di quanto ho finalmente capito i principi di Newton. L'idea è di un mio amico fisico che ha aiutato ad inventare la bomba atomica e che stava progettando dei giocattoli per insegnare a dei bambini la fisica. Uno dei suoi progetti è questo: c'è un piano di vetro e sul piano c'è una lattina di alluminio con un foro sul fondo, all'interno della lattina c'è ghiaccio secco cioè anidride carbonica ghiacciata. Il ghiaccio secco fluisce lentamente attraverso il buco e sospende, in modo

una minima spinta permette alla lattina di muoversi velocemente lungo il piano. Primo principio della dinamica: "un corpo in movimento, rimane in movimento se non ci sono forze che ostacolano tale movimento" . I bambini sono affascinati da quello che osservano e cominciano ad osservare che non ci sono forze che ostacolano il movimento e si rendono conto del fatto che la lattina è sospesa e cominciano a mettere a fuoco tutti gli elementi che caratterizzano questo sistema. I bambini possono acquisire il primo principio della dinamica; ciò che Newton ha teoricamente elaborato attraverso un linguaggio paradigmatico diviene accessibile ai bambini attraverso un'attività che ha mostrato loro un avvenimento reale.

*La bilancia  
conosce la  
matematica,  
perché no?*

Noi non siamo in grado di capire perché la natura obbedisce alle leggi della matematica ma, per fortuna, siamo in grado di pensare tale leggi. Ovviamente la risposta a questa domanda dipende dalla filosofia a cui si fa riferimento. Personalmente sono completamente in sintonia con il bambino che afferma che la bilancia conosce la matematica, perché no?