

# Le tecnologie nella riforma della scuola, nella ricerca e nella prassi didattica.

## Nuove prospettive e antichi pregiudizi

Domingo Paola

Liceo scientifico Issel Finale Ligure

G.R.E.M.G. Dipartimento di matematica Università di Genova

e-mail [paola.domingo@mail.sirio.it](mailto:paola.domingo@mail.sirio.it)

### Abstract

Il rapporto che esiste in Italia tra ricerca in didattica della matematica e prassi di insegnamento è spesso di reciproca diffidenza e, talvolta, conflittuale, fino al punto da creare problemi di comunicazione che non sembrano essere in via di risoluzione e che appaiono tanto più drammatici nel momento in cui si sta attuando una riforma che interessa tutti i livelli scolari e che si ispira, almeno nelle intenzioni, a temi, problematiche, metodi e principi della ricerca didattica o, almeno, di parte di essa. Io ritengo che i problemi legati all'uso delle tecnologie nella didattica, in quella della matematica in particolare, possano costituire un'importante quanto rara occasione di incontro tra ricerca e prassi didattica, a patto che si riescano a superare gli antichi e persistenti pregiudizi legati all'uso delle tecnologie nell'attività matematica e nell'insegnamento di questa disciplina e a considerare, invece, con curiosità e interesse le prospettive e i nuovi orizzonti che tale uso può aprire. Al fine di creare le condizioni per un dibattito critico, aperto e consapevole su questo tema, mi propongo di offrire informazioni sia sui lavori svolti dalla commissione per il riordino dei cicli, relativamente all'uso delle nuove tecnologie nella didattica, in particolare di quella della matematica, sia sugli sviluppi di alcune ricerche italiane in didattica della matematica che hanno dimostrato particolare interesse per le potenzialità offerte dalle nuove tecnologie nella costruzione di significato degli oggetti matematici.

### Introduzione

Uno dei sei principi posti a fondamento degli *Standards*<sup>1</sup> americani per l'insegnamento - apprendimento della matematica (d'ora innanzi IAM) riguarda proprio l'uso delle tecnologie informatiche. Gli estensori degli *Standards* affermano che le tecnologie informatiche (calcolatrici e computer) sono strumenti essenziali per insegnare, apprendere e fare matematica. Essi forniscono immagini concrete delle idee matematiche, facilitano l'organizzazione e l'analisi dei dati ed effettuano calcoli in modo efficiente e accurato. Possono aiutare gli studenti nell'esplorare diverse aree della matematica, come la geometria, la statistica, l'algebra, la misura e l'aritmetica. La disponibilità delle tecnologie informatiche evita agli studenti e agli insegnanti eccessive preoccupazioni legate alla complessità dei calcoli e consente loro di concentrarsi su compiti di alto livello cognitivo, come la proposta, la discussione, la condivisione e la scelta delle strategie nella risoluzione di un problema, contribuendo in modo determinante al conseguimento dell'obiettivo di arricchire e potenziare l'IAM.

Nonostante siano ancora ovunque presenti perplessità e dubbi legati all'uso delle nuove tecnologie, in particolare la paura che gli studenti non riescano più a conseguire quelle abilità di calcolo ritenute necessarie per una solida formazione matematica (Dunham, 2000<sup>2</sup>), gli *Standards* suggeriscono che, negli Stati Uniti, vi è ormai una diffusa consapevolezza, fra gli addetti ai lavori, che l'uso di computers e di calcolatrici numeriche, grafiche e simboliche sia all'origine di profondi e positivi cambiamenti nell'IAM.

---

<sup>1</sup> Gli *Standards* si possono trovare in rete nella loro ultima versione all'indirizzo <http://standards.nctm.org/>. Inoltre è disponibile una traduzione in italiano della versione del 1998 degli *Standards*, a cura dell'IRRE Emilia Romagna, consultabile presso il sito <http://kidslink.bo.cnr.it/fardicono/nctm/index.htm>.

In altri Paesi, per esempio in Italia, un'insufficiente conoscenza degli sviluppi della ricerca didattica e alcuni antichi pregiudizi legati alla natura della matematica e alla sua presupposta contrapposizione alla tecnologia, da parte di molti insegnanti, ma anche delle famiglie degli studenti, giocano contro una significativa utilizzazione degli strumenti di calcolo nell'IAM. Ciò nonostante, l'attenzione alle potenzialità offerte dalle nuove tecnologie sta aumentando anche nel nostro Paese; in particolare sono motivo di conforto la presenza di uno spazio apposito a esse dedicato nei documenti della Riforma dei Cicli (d'ora innanzi RC) e la crescente attenzione che a esse presta la Ricerca in didattica della matematica (d'ora innanzi RDM).

Ho deciso di far riferimento al documento "Le nuove tecnologie nella scuola secondaria", proposto da un sottogruppo della Commissione della RC per il ciclo secondario, perché, nonostante la poca fortuna che la RC ha avuto, tale documento è stato considerato un possibile punto di continuità tra "vecchio e nuovo Governo"<sup>3</sup>. In altri termini, molti ritengono che molte delle indicazioni e riflessioni proposte in questo documento siano destinate a essere condivise anche dalla nuova Commissione che si occuperà della Riforma della Scuola. Tra l'altro, nella Commissione ristretta nominata dal Ministro Letizia Moratti, è presente Silvano Tagliagambe, coordinatore del sottogruppo sopra citato.

### **Le tecnologie nella RC**

La storia dell'introduzione delle tecnologie informatiche nella scuola, dopo le primissime e sporadiche iniziative spontanee di insegnamento dei linguaggi di programmazione è scandita da tre grandi progetti:

- 1985: la prima fase del Piano Nazionale dell'Informatica (PNI), nella quale l'introduzione dell'informatica aveva il compito di rinnovare gli insegnamenti della matematica (soprattutto) e della fisica e, in particolare, di rendere maggiormente sostenibile l'attività di formalizzazione;
- 1993: la seconda fase del PNI nella quale la formazione all'uso delle tecnologie informatiche viene esteso alle discipline linguistiche del biennio;
- 1997: il Progetto di Sviluppo delle Tecnologie Didattiche (PSTD), nel quale l'attenzione si sposta all'uso della rete, all'introduzione dei linguaggi non verbali e multimediali, alla lettura e produzione di ipertesti e ipermedia.

Molti sono convinti che questi tre progetti siano stati un fallimento: una sensazione diffusa è che nessuno di essi sia riuscito a modificare in modo significativo la prassi scolastica. Gli insegnanti di matematica, pur introducendo elementi di programmazione e uso di pacchetti applicativi o di software didattici, hanno continuato a insegnare gli argomenti tradizionali nello stesso modo in cui li insegnavano prima dell'avvio dei corsi sperimentali; anzi, l'attività di laboratorio era spesso vissuta come un momento avulso dalla normale attività didattica. Analogamente gli insegnanti delle altre discipline non sembrano essere riusciti a integrare nella loro didattica l'uso delle tecnologie informatiche; per esempio, non sembra chiaro agli insegnanti di lettere che "è impossibile che avvenga un'adozione sensata dei sistemi di scrittura o di altri strumenti di espressione nell'insegnamento dell'italiano, senza ridefinire almeno gli obiettivi dell'educazione linguistica e senza includere in essa, oltre alla sintassi, anche altri strumenti espressivi, come la disposizione del testo nella pagina, la scelta del carattere e, inevitabilmente, almeno l'associazione con le immagini" (Fierli, 1998, p.42). In genere questi aspetti, quando va bene, vengono lasciati completamente alla gestione dello studente. Non si può negare che queste considerazioni corrispondano alla realtà, ma io sarei più prudente a parlare di completo fallimento di quelle esperienze e non tanto perché in alcuni casi esse hanno consentito azioni didattiche veramente innovative e meritorie, quanto perché

---

<sup>3</sup> "Nel caso delle TIC (Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione), data la natura dei problemi e l'interesse manifestato da tutte le parti politiche, potrebbe esserci continuità d'impostazione tra vecchio e nuovo Governo, perlomeno per la parte riguardante la diffusione delle tecnologie e l'apprendimento di base", Andrea Casalegno,

quei progetti, per le ingenti risorse che hanno messo in gioco, sono comunque riusciti a coinvolgere nell'uso delle tecnologie molti docenti: se una condizione necessaria per lo sviluppo delle nuove tecnologie nella didattica è quella di creare un rapporto tra tecnologie e discipline, bisogna ammettere che oggi si può partire da una base di confidenza degli insegnanti e degli studenti con l'uso delle tecnologie informatiche e ciò non è poco, almeno se si confronta la situazione attuale con quella di quindici anni fa.

La riflessione della commissione per il riordino dei cicli sull'uso delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC) è partita proprio dalla considerazione che è necessario lavorare per consentire una reale e forte integrazione tra insegnamento - apprendimento di una disciplina e TIC, riducendo al minimo indispensabile quello delle "zone franche nel curricolo o addirittura spazi extracurricolari nei quali il rapporto con le tecnologie si può dispiegare senza preoccupazioni indotte dai programmi [...] finendo per mettere ancora di più in evidenza la staticità della maggior parte del curricolo e per creare così contraddizioni e veri e propri conflitti " (Fierli, 1998, p. 42).

Prima di elencare i punti salienti della posizione della commissione della RC sull'uso delle nuove tecnologie, vorrei far osservare che la denominazione TIC offre di per se stessa forti indicazioni: sembra prevalere, almeno allo stato attuale, l'impostazione dell'AICA (Associazione Italiana per il Calcolo Automatico), ossia il punto di vista dell'informatico, piuttosto che quello dello specialista di scienze della comunicazione (ricordo che nelle sperimentazioni delle scuole dell'ex istruzione classico-scientifica si è sempre parlato di "linguaggi non verbali e multimediali" e non di "TIC"). Penso che a un insegnante di matematica una tale impostazione non possa dispiacere; d'altra parte non può nemmeno non preoccupare, almeno se si pensa all'uso improprio che si può fare delle TIC: può accadere che l'exasperato e deleterio approccio precoce al formalismo esca dalla porta della matematica e rientri dalla finestra delle TIC, come quei noiosi mosconi di fine estate.

I punti caratterizzanti del documento che è stato redatto dopo la riunione della commissione del RC a Fiuggi, dal 18 al 20 aprile 2001, sono i seguenti<sup>4</sup>.

Motivazioni. L'insegnamento delle TIC dovrebbe essere proposto come insegnamento autonomo nel primo biennio della scuola secondaria perché rende i giovani consapevoli:

- dei modi con cui si struttura una parte importante della società in cui vivono, società che sempre più diffusamente sviluppa i suoi processi in stretta correlazione con sistemi produttivi nei quali si pongono in essere "oggetti" artificiali, virtuali, digitali;
- dei saperi relativi al mondo degli artefatti che sono oggi diventati fondamentali nei processi cognitivi relativi a una consistente parte della esperienza giovanile;
- della esigenza di riferirsi, nel costruire ambienti virtuali, sia a regole e procedure sia a uno sfondo condiviso che deve essere, comunque, presupposto. Questa costruzione non è quindi incondizionata, ma richiede modalità di controllo;
- delle disponibilità di strumenti operativi (modellizzazione, simulazione ecc.) che rendono possibile orientarsi anche in ambienti complessi;
- dell'impossibilità di pensare il virtuale come svincolato dal reale dato che la struttura del pensiero ed i processi creativi, comunque intesi, non possono fare a meno della dimensione materiale;
- della necessità di acquisire competenze indispensabili per potersi efficacemente inserire nella società come cittadini e lavoratori;
- dell'esigenza di inquadrare storicamente la tecnica nei rapporti con la cultura e con lo sviluppo economico.

Nuclei concettuali attorno ai quali organizzare la formazione. Dovrebbero essere evidenziate e studiate le seguenti funzioni dello strumento tecnologico:

- organizzare informazioni, dati e conoscenze,

---

<sup>4</sup> Ciò che segue è un estratto del documento redatto (a Fiuggi dal 18 al 20 Aprile 2001) dal sottogruppo 6, al quale io ho partecipato e che è stato coordinato da Silvano Tagliagambe e moderato da Marta Genovì De Vita. Tale documento

- calcolare e risolvere algoritmicamente problemi,
- comunicare e creare nuove forme di comunicazione,
- esplorare domini di conoscenze e favorire la produzione di congetture.

Chi deve insegnare le TIC. L'insegnamento delle TIC richiede il possesso di competenze diversificate che riguardano aspetti teorici (legati alla teoria dell'informazione), teorico-pratici (legati all'uso delle tecnologie informatiche), relazionali (legati all'esigenza di collaborare con insegnanti di diverse discipline o anche di suggerire e coordinare progetti di lavoro che coinvolgano gruppi di docenti), didattico-pedagogici (legati all'opportunità di fare delle TIC, oltre che uno strumento di lavoro anche oggetto di studio e riflessione).

Pertanto, l'insegnante di TIC deve possedere le seguenti competenze:

- utilizzare nel contesto didattico gli aspetti teorici, i metodi e gli strumenti della scienza dell'informazione (logica, algoritmi, architetture, linguaggi, metodi di progettazione, etc.)
- utilizzare la rete per ricercare e reperire dati e materiali,
- utilizzare diverse modalità di comunicazione in rete (gruppi di discussione, posta elettronica, chat, etc.),
- organizzare lavori cooperativi e di collaborazione in rete,
- padroneggiare l'uso di pacchetti applicativi (*word processor*, foglio elettronico, data base, sistema autore per la produzione di ipermedia, *software* di presentazione),
- usare più di un sistema operativo e di un linguaggio di programmazione,
- integrare diversi linguaggi nella realizzazione di prodotti multimediali e ipermediali,
- valorizzare diversi stili cognitivi e di sviluppare una riflessione metacognitiva.

Proposta di collocamento delle TIC

- *nell'area comune del biennio come insegnamento autonomo* (per rispondere alla esigenza di consolidare e introdurre i principi fondanti della disciplina e darne così un quadro di riferimento organico);
- *nell'area di indirizzo del triennio come insegnamento autonomo* (quando lo richiedano le finalità formative e le caratteristiche del settore di riferimento);
- *nelle diverse discipline del quinquennio* (esplicitando fra gli obiettivi e le metodologie quali competenze e quali strumenti informatici, telematici, comunicativi possono essere utilizzati per migliorarne la didattica).

Il documento conteneva inoltre:

- l'indicazione delle competenze e conoscenze specifiche e delle competenze trasversali che le TIC dovrebbero promuovere come disciplina autonoma;
- le risorse necessarie all'effettiva introduzione delle TIC nell'insegnamento;
- una proposta per un piano di formazione e aggiornamento per i docenti delle TIC.

Poiché ritengo di aver chiarito lo spirito del documento della commissione del RC, piuttosto che soffermarmi su questi ulteriori aspetti, preferisco presentare brevemente le caratteristiche del documento della commissione UMI, che ha lo scopo di fornire indicazioni e suggerimenti per l'uso delle TIC nell'IAM<sup>5</sup>.

Esempi d'uso delle TIC nell'IAM. Gli esempi d'uso delle nuove tecnologie, che vengono presentati nel documento sono ispirati a quadri di riferimento pedagogici che prestano particolare attenzione all'interazione sociale in classe e al ruolo di mediazione offerta dagli strumenti nei processi di insegnamento-apprendimento.

1. Uso di strumenti di calcolo e di software specifici come strumenti mediatori nella progettazione e realizzazione di ambienti di apprendimento efficaci per lo sviluppo di conoscenze articolate in campo matematico.
2. Uso delle risorse informative disponibili sulla rete Internet o su specifici software ipermediali per lo sviluppo di ricerche specifiche su contenuti oggetto di studio o per

eventuali complementi e approfondimenti degli stessi. Costruzione di prodotti ipermediali su particolari argomenti oggetto di studio.

3. Uso di risorse comunicative di rete per favorire la comunicazione con compagni ed insegnanti per scopi di confronto, riflessione e condivisione di conoscenze matematiche e per lo sviluppo di una pratica didattica basata su attività di tipo collaborativo o cooperativo.

Della prima modalità d'uso si parla nel seguito di questo lavoro (vedere "Le tecnologie nella RDM"); per eventuali chiarimenti e approfondimenti circa la seconda modalità sopra esemplificata rimando a (Paola, 1997); per quel che riguarda la terza modalità, nel documento di precisa che:

" L'uso di risorse comunicative di rete consente di inserire l'attività di risoluzione di problemi all'interno di una pratica sociale che può modificare profondamente l'atteggiamento complessivo degli alunni verso il problema, le strategie risolutive che essi impiegano e il modo in cui validano il processo risolutivo attuato.

L'attività didattica mediata dalla comunicazione di rete contribuisce infatti a uno spostamento dell'attenzione dal "fare" al "fare per comunicare", favorendo l'assunzione di nuovi criteri quali la chiarezza e la leggibilità nella realizzazione del proprio prodotto risolutivo. In questo quadro lo studente costruisce una risoluzione che deve essere negoziata e condivisa dai propri compagni e non solo valutata dall'insegnante. La verifica sociale, a cui processo e prodotto risolutivi vengono sottoposti tramite la comunicazione di rete, offre la possibilità di mettere in discussione le strategie adottate e di modificarle in relazione ai feedback ricevuti dai propri interlocutori.

Le risorse comunicative di rete possono essere utilizzate a supporto dello sviluppo di differenti pratiche collaborative durante lo svolgimento di compiti. Tali pratiche possono essere, per esempio, lo scambio e il confronto delle risoluzioni realizzate, il commento, la critica, le osservazioni sulle soluzioni realizzate da un compagno, la collaborazione nella risoluzione di compiti complessi".

### **Le tecnologie nella RDM**

In questo articolo non mi è possibile parlare con sistematicità e completezza dei tanti lavori che, partendo da differenti prospettive, testimoniano il crescente interesse della RDM per l'uso delle nuove tecnologie nell'IAM. Mi limiterò a prendere in considerazione i due aspetti che ritengo più interessanti e forieri di sviluppo: quello legato al potenziamento della comunicazione in matematica e quello legato all'accrescimento dell'esperienza matematica. Per chi volesse avere un'informazione più completa e approfondita consiglio la lettura degli atti dei convegni del PME (Psychology of Mathematics Education) degli ultimi cinque anni.

### **Nuove tecnologie e comunicazione**

Nell'attività matematica le conoscenze vengono comunicate attraverso il linguaggio, sia quello naturale, sia quello specifico: gran parte dell'attività di costruzione e comprensione in matematica riguarda il linguaggio. In base a tale punto di vista assumono grande importanza le ricerche che si propongono di vedere se e come l'uso delle nuove tecnologie nell'IAM influenzino i modi di comunicazione, in particolare i termini linguistici utilizzati da studenti e insegnanti.

Per esempio, Winslow (Winslow, 2000) nota che una delle maggiori potenzialità dei CAS (Computer Algebra System) per l'IAM è la distinzione tra linguaggio formale e linguaggio naturale. Nei CAS tale distinzione non solo è esplicita, ma addirittura è un principio che organizza la comunicazione, differentemente da quello che avviene nel discorso parlato: per esempio, in un CAS, i commenti di testo e le stringhe di comando hanno uno statuto completamente differente e sono visti come due canali di comunicazione ben distinti. I CAS realizzano concretamente la distinzione tra questi due livelli di comunicazione che il tradizionale discorso, soprattutto quello parlato, rischia di nascondere a chi apprende.

Secondo Winslow, però, gli attuali CAS presentano ancora molti limiti, soprattutto dovuti al fatto che essi sono stati pensati per assistere persone che hanno già sviluppato forti competenze nel linguaggio matematico e non sono costruiti per aiutare i principianti a sviluppare abilità nella

porta alla realizzazione di ambienti di apprendimento adeguati a promuovere abilità cognitive, e che consente di utilizzare un CAS non solo come uno strumento che assiste nei calcoli, ma come un mediatore nei processi di costruzione di conoscenza o, addirittura, come un agente che promuove tali processi (rispettivamente, *tool, medium, agent*, in Winslow, cit.). Queste considerazioni mettono in evidenza che una tecnologia, anche buona, non garantisce di per sé innovazione né miglioramento nell'IAM: perché ciò avvenga sono necessari adeguati ambienti di apprendimento che richiedono la progettazione e la realizzazione di opportune modalità di lavoro. Come è scritto chiaramente in (Bottino & Chiappini, 1997, p.773) e come affermato anche in (Noss, 1995) "la tecnologia di per sé non può portare a un mutamento educativo. Spesso l'assunto alla base dell'impiego di una certa tecnologia per scopi educativi è quello che se la tecnologia che si usa è *buona*, l'educazione cambierà necessariamente in meglio. Questo modo di vedere le cose porta a presentare una tecnologia come semplice comoda interessante da usare, e non mette in luce che un ambiente di apprendimento basato sul calcolatore possa essere complesso, necessita di un tempo considerevole per essere appreso e utilizzato in modo proficuo, implichi la ridefinizione dei contenuti e dei metodi stessi di insegnamento e del ruolo dell'insegnante".

Nel caso dei CAS, Winslow distingue tre differenti di modalità di lavoro, relativamente alla comunicazione. La prima modalità è quella del lavoro individuale, che porta a una comunicazione tra sé e sé o, al limite e solo in certi casi, con il sistema stesso, pensato come un assistente che dà risposte a problemi che richiedono l'attivazione di procedure meccaniche. La seconda modalità è il lavoro cooperativo o collaborativo: in questo caso la comunicazione è tra pari, tra studenti che lavorano a coppie o in piccoli gruppi. Infine vi è la possibilità di utilizzare il CAS per far vedere, per mostrare attività, esplorazioni, risoluzioni di problemi. In questo caso il flusso della comunicazione è unidirezionale, da chi presenta, verso chi ascolta e guarda.

Il riferimento ai CAS mi è sembrato il più opportuno, in quanto questi sistemi contengono anche ambienti grafici e di calcolo numerico ed è così abbastanza naturale estendere alcune delle considerazioni sopra fatte alle calcolatrici numeriche e grafiche. In particolare per quel che riguarda l'uso dei grafici, mi sembra interessante la ricerca di Janet Ainley (Ainley, 2000) che prende in considerazione la nozione di *transparency* (si può tradurre in italiano con evidenza, ma poiché il termine è utilizzato con l'accezione ben precisa di indicatore della facilità di accedere alla conoscenza e alle attività svolte in classe, preferisco utilizzare il termine inglese). I grafici, secondo Ainley, possiedono un alto livello di *transparency*, ossia facilitano l'accesso alla conoscenza matematica, soprattutto perché sono essi stessi "trasparenti" nel comunicare il proprio significato. La posizione di Ainley sembra contraddire precedenti ricerche in educazione matematica che hanno evidenziato alcune difficoltà da parte degli studenti nell'uso dei grafici in attività matematiche e di scienze sperimentali (per esempio Dreyfus & Eisenberg, 1990, Kerslake, 1981, Swatton & Taylor, 1994): in realtà, come afferma Ainley, la sempre maggiore disponibilità di strumenti tecnologici che possono facilmente riprodurre e generare grafici suggeriscono di riprendere in considerazione e ridiscutere quei dati e quelle ricerche. In particolare, con la forte diffusione delle calcolatrici grafiche e dei software di manipolazione grafica e simbolica, si ha uno spostamento nella percezione del ruolo dei grafici da prodotto finale di un'attività a strumento di lavoro in un'attività. Infatti i grafici prodotti con una calcolatrice o con un computer presentano significative differenze dai grafici prodotti con carta e matita o riprodotte sui libri di testo: fra queste mi sembra importante citare la dinamicità, nel senso che dimensioni e proporzioni nei grafici possono essere facilmente modificate, sia con comandi da tastiera, sia con l'uso del mouse; tutto ciò aiuta a evitare un approccio passivo alla lettura di un grafico.

Per studiare se e come l'uso delle tecnologie modifichi significativamente la comunicazione matematica è ovviamente necessario lavorare in classi nelle quali gli studenti siano sovente impegnati in attività che richiedono e favoriscono la comunicazione delle conoscenze (problemi aperti, attività di esplorazione, scoperta, produzione e validazione di congetture, lavori in piccoli gruppi collaborativi e cooperativi, discussioni matematiche guidate dall'insegnante, ...). Nel caso in

dell'uso delle nuove tecnologie nell'attività matematica è il ricorso alla metafora. Tutto il linguaggio scientifico, quello matematico in particolare, è pieno di metafore e non solo a livello divulgativo, ma anche fra esperti; è forse soprattutto fra esperti che la metafora ha il ruolo di condensare la comunicazione in immagini ricche di significato dove tutto funziona proprio perché gli esperti condividono un retroterra culturale ed esperienze comuni.

Fino a poco tempo fa ci si accontentava, nei lavori di ricerca didattica, di registrare il ricorso all'uso della metafora tra gli studenti e di confrontare le differenti metafore utilizzate nei vari *teaching experiments*. Per esempio, con il nucleo di ricerca didattica di Torino coordinato da Ferdinando Arzarello, abbiamo osservato, in classi abituate ad affrontare attività che richiedevano esplorazioni dinamiche di situazioni geometriche nell'ambiente di Cabri géomètre, l'insorgere di metafore legate al movimento, alla trasformazione, sia durante la fase di esplorazione in Cabri, sia durante la fase di ricostruzione dell'attività svolta, tesa alla dimostrazione delle congetture prodotte. In particolare, l'azione di dragging (trascinamento della figura) è talmente interiorizzata dagli studenti osservati, che essi utilizzano, per comunicare e per risolvere problemi, gesti e termini legati al dragging anche quando non hanno a disposizione lo strumento Cabri (per un primo approfondimento su queste ricerche si veda Arzarello, 2000).

Il quadro teorico proposto da Lakoff e Nunez (Lakoff & Nunez, 2000), che sta creando molto interesse nella RDM, anche in Italia, suggerisce di non accontentarsi di registrare l'emergere di nuove e più ricche metafore nel discorso matematico: il problema diventa quello di studiare se si tratta solo di metafore atte a favorire la comunicazione o se, invece, si tratta di metafore concettuali (*conceptual metaphor*) nell'accezione tecnica precisata in Nunez (Nunez, 2000). Per Nunez le metafore concettuali sono veri e propri strumenti cognitivi che consentono di trasferire da un dominio sorgente (*source domain*) a un dominio obiettivo (*target domain*) un sistema di inferenze: *Conceptual metaphors are fundamental cognitive mechanisms (technically, they are inference-preserving cross-domain mappings) which project the inferential structure of a source domain onto a target domain, allowing the use of effortless species-specific body-based inference to structure abstract inference* (Nunez, 2000).

Fra le metafore concettuali Nunez considera le metafore fondanti (*grounding metaphor*) che sono caratterizzate dall'aver un *source domain* fortemente legato alla percezione corporea e all'esperienza sensibile, mentre il *target domain* è astratto, concettuale, formale. Le metafore fondanti consentono quindi di costruire l'apprendimento e la comprensione delle idee matematiche sul terreno della nostra esperienza sensibile; proprio il *source domain* costituisce un solido punto di appoggio per il pensiero nell'atto di compiere inferenze. In un recente lavoro, Luciana Bazzini, Paolo Boero, e Rossella Garuti (Bazzini, Boero, Garuti, in stampa), nell'esaminare alcuni protocolli di studenti di terza media impegnati in attività di risoluzione di disequazioni, mediante confronto di grafici di funzioni, rilevano l'insorgere di tre tipi di metafore fondanti: quelle collegate all'esperienza corporea diretta, non mediata da alcuno strumento; quelle legate all'esperienza mediata da strumenti di carattere culturale, ma non tecnologico e quelle legate all'esperienza mediata da strumenti tecnologici. Rimando alla lettura dell'articolo per una presentazione più accurata e comprensibile; quello che mi interessa rilevare qui è l'opportunità di ricerche che approfondiscano, in questo quadro teorico, il ruolo che le nuove tecnologie possono avere nella generazione di nuove metafore fondanti e quindi di potenti strumenti inferenziali per gli studenti. In altri termini, è possibile costruire ambienti di apprendimento che, attraverso l'uso delle nuove tecnologie, consentano agli studenti di potenziare ed estendere le proprie capacità inferenziali, proprio perché mettono a disposizione modelli di oggetti matematici su cui effettuare diverse e significative esperienze?

Questa domanda ci porta all'ultima sezione di questo articolo e cioè al rapporto che esiste tra nuove tecnologie ed esperienza matematica.

## **Nuove tecnologie ed esperienza matematica**

Le nuove tecnologie mettono a disposizione dell'utente modelli di oggetti matematici sui quali effettuare osservazioni, esplorazioni, esperienze spesso più ricche di quelle consentite dai modelli fisici e, in ogni caso, assai più ricche di quelle che erano consentite soltanto una ventina di anni fa. Il ruolo delle rappresentazioni concrete degli oggetti matematici, della loro manipolazione e trasformazione è stato sovente ritenuto essenziale nell'IAM, anche se non tutti concordano su questa posizione e c'è chi ritiene che una precoce e sistematica esposizione al simbolo, al formalismo, anche indipendentemente dal significato, possa accelerare la condivisione, da parte dello studente, della razionalità dell'edificio matematico. Il dibattito, particolarmente acceso nella ricerca matematica, tra empiristi e formalisti, si riflette, anche se su un piano diverso, nell'IAM. Non posso entrare qui nel merito di questo dibattito: mi limito a esprimere la mia profonda convinzione che la possibilità di poter disporre di ambienti che consentono di fare concrete esperienze di oggetti matematici è essenziale per una buona didattica della matematica. Cercherò di dare un'idea delle occasioni offerte, sotto questo aspetto, dalle tecnologie informatiche oggi disponibili.

Come ha scritto Maria Alessandra Mariotti (Mariotti, 2001), i moderni sistemi di manipolazione grafico-simbolica e gli ambienti di geometria dinamica portano a rivisitare le relazioni tra astratto e concreto nel processo di costruzione e appropriazione del significato, proprio perché mettono a disposizione dell'utente quelle che, con una sorta di ossimoro, potrebbero essere chiamate "concrete astrazioni". L'ipotesi che sta alla base della costruzione di un micromondo è l'idea che in tale ambiente chi apprende possa sperimentare oggetti matematici e utilizzarli nell'attività di risoluzione di problemi. Più in particolare, il computer può essere considerato un potente strumento calato in un ambiente di apprendimento informale: viene visto non solo come risorsa per svolgere un compito, ma anche per mettere l'utente in relazione con il sistema di conoscenze che è incorporato nel micromondo, (Hoyles, 1993). In tal modo il significato di un oggetto matematico risulta essere un emergente di un'attività di risoluzione di problemi in un ambiente che offre all'utente la possibilità di manipolare e trasformare modelli di quell'oggetto. Le mutue relazioni tra le caratteristiche del software (come i comandi, gli oggetti e, più in generale, l'interfaccia che mette a disposizione dell'utente), il sapere istituzionale e quello personale dello studente sono ben espresse dalla nozione di ECO (*Evocative Computational Object*): la metafora dell'eco mette bene in luce l'azione evocativa del sapere istituzionale da parte dell'oggetto computazionale (Hoyles, 1993, p. 10).

D'altra parte, come già detto in questo lavoro, un micromondo non può essere considerato come un ambiente nel quale la costruzione di significato degli oggetti matematici avvenga autonomamente (Noss, 1995; Bottino & Chiappini, 1997, p.773; Mariotti, 2001): la nozione di ambiente di apprendimento deve includere l'intero sistema di insegnamento apprendimento, in particolare l'insegnante, che ha la responsabilità di garantire che lo strumento sia utilizzato in modo efficace rispetto agli obiettivi prefissati.

Per esempio, in un progetto di avvio al sapere teorico e alla dimostrazione con l'uso di Cabri géomètre, realizzato nell'ambito delle attività del nucleo di ricerca didattica di Torino, coordinato da Ferdinando Arzarello (Arzarello, Olivero, Paola & Robutti, 1999), è emerso con molta chiarezza che alcune idee, abbastanza diffuse, relative alla funzione della dimostrazione come attività volta a convincere della validità di una congettura, rischiano di essere incompatibili con l'uso di un software di geometria dinamica per avviare alla dimostrazione. Come abbiamo scritto in (Olivero, Paola & Robutti, in stampa), "riteniamo che il superamento dell'empirismo ingenuo, e quindi l'avvio al pensiero teorico, possa avvenire solo se si riesce a stabilire un contratto didattico chiaro ed esplicito, in cui la funzione della dimostrazione non sia quella di convincere (un amico, se stessi o un nemico) della verità di una certa congettura, ma sia quello di spiegare *perché* una determinata congettura funziona. Ossia spiegare come la proposizione che esprime la congettura discende logicamente dalle proposizioni poste a fondamento della teoria". Con ciò, ovviamente, non intendo dire che l'unico uso possibile di Cabri sia quello di strumento che avvia al pensiero teorico: voglio solo evidenziare che, *se* usato con questo scopo, *allora* deve essere chiaro che il senso della dimostrazione che l'insegnante deve evidenziare e diffondere nella classe è quello di attività volta a



*spiegare perché* e deve altresì essere chiaro che il ruolo dell'insegnante è rilevante ed essenziale nell'ambiente di apprendimento.

Come altro esempio, si possono portare le osservazioni di alcune ricerche in didattica della matematica che hanno evidenziato come spesso gli studenti che lavorano con CAS non riescano a rispondere secondo le attese dei propri insegnanti (Mariotti, 2001, p. 10-14). Il fatto è che, soprattutto nel campo educativo, l'uso di ogni tecnologia, soprattutto se raffinata e complessa come quella dei CAS, presenta un duplice aspetto: da una parte si ha un oggetto che è stato costruito in base a un sapere specifico, per svolgere determinate funzioni; dall'altra c'è un utente che si appropria dell'uso di questo oggetto. In questa prospettiva, Verillon e Rabardel (Verillon & Rabardel, 1995) distinguono tra artefatto (cioè l'oggetto materiale, con le sue proprie caratteristiche fisiche e strutturali, costruito per usi specifici) e strumento (l'artefatto insieme alle sue modalità di utilizzazione, così come sono viste e interpretate da un utente): l'artefatto diventa uno strumento quando il soggetto riesce ad appropriarsene, utilizzandolo per i propri scopi. Secondo questa definizione, uno strumento è una costruzione soggettiva, che si sviluppa in un processo di lungo termine. Questa prospettiva risulta assai utile per analizzare e interpretare le difficoltà che gli studenti incontrano quando lavorano con un artefatto complesso e raffinato come, per esempio, un CAS: può darsi, infatti, che gli schemi di utilizzazione dell'artefatto messi in opera dagli studenti non siano in accordo con quelli attesi dall'insegnante. Deve però essere chiaro che il docente non può non sentirsi responsabile della situazione: spetta proprio al docente il compito di individuare ambienti di apprendimento e attività che consentano di favorire una *genesì strumentale* adeguata a produrre negli studenti i comportamenti attesi. Come ha scritto molto bene Maria Alessandra Mariotti, "i significati sono radicati nell'esperienza fenomenologica (azioni dell'utente e retroazioni dell'ambiente, di cui l'artefatto è un componente), ma la loro evoluzione è acquisita per mezzo di un processo di costruzione sociale in classe, sotto la guida dell'insegnante". Tra l'altro non bisogna dimenticare che i calcolatori sono strumenti in un certo senso *personali* e come tali possono portare a un'individualizzazione del lavoro matematico in classe. In questo contesto l'insegnante ha la responsabilità di promuovere e sostenere processi di socializzazione, anche insistendo su approcci di tipo cooperativo o collaborativo, in modo tale che ogni allievo si senta coinvolto nel processo di produzione di un lavoro.

Per quanto riguarda la relazione tra nuove tecnologie ed esperienza matematica non si possono non citare i sensori, in particolare quelli di movimento: essi consentono di fare diretta esperienza (in senso stretto, un'esperienza corporea) di concetti particolarmente delicati e raffinati come quelli di funzione, di variazione di una grandezza (Arzarello & Robutti, submitted; Ferrara & Robutti, in stampa) e, in particolare, dei concetti della cinematica (Paola, in stampa)<sup>6</sup>.

Se si accetta l'idea che la conoscenza e i processi di pensiero siano fortemente vincolati alla nostra natura biologica e strettamente determinate dalla percezione corporea, che quindi gioca un ruolo essenziale nell'attività di concettualizzazione (Lakoff & Johnson, 1999), artefatti come i sensori non possono non diventare oggetto di primaria attenzione nella costruzione di ambienti di apprendimento per l'IAM.

Le ricerche sui fondamenti fisiologici della relazione tra percezione e azione (Berthoz, 1998), che mettono in evidenza che il cervello è particolarmente "attento" alle variazioni (spesso alle variazioni seconde), aprono affascinanti orizzonti sull'importanza e l'efficacia nel campo dell'IAM, di introdurre forti elementi di dinamicità in una disciplina che la tradizione ha voluto ricca di concetti statici. Si pensi, per esempio, al concetto di funzione di  $A$  in  $B$  come particolare sottoinsieme di coppie ordinate del prodotto cartesiano  $A \times B$ . La rappresentazione che in genere si sceglie di associare a questo concetto, quando viene introdotto, è quella del diagramma a frecce. Si tratta di una definizione e di una rappresentazione particolarmente statiche, che non consentono, al

---

<sup>6</sup> A questo proposito si veda anche Impedovo, M.: 1999, Matematica e fisica, Convegno Matematica e aspetti interdisciplinari, Mathesis sez. di Verbania e CERFIM di Locarno, consultabile presso sul sito

principiante, di entrare in contatto con immagini più dinamiche e forse più ricche di significato collegate al concetto di funzione come scatola nera, come macchina che, in corrispondenza di uno o più input fornisce uno e un solo output, o ancora, come grandezza variabile. Le ricerche di Luciana Bazzini, Paolo Boero e Rossella Garuti hanno evidenziato come i punti di vista della funzione come macchina e, soprattutto, quello che denominano "covariance view" (si pensa alla funzione  $y = f(x)$  come al variare coordinato tra  $y$  e  $x$ : in altri termini, di fronte a una classica tabella di coppie  $(x,y)$  questo punto di vista porta a leggere la tabella non riga per riga, ma per colonne, in particolare ci si concentra sulla colonna della variabile dipendente) siano caratterizzati da una forte dinamicità e consentano anche a ragazzi particolarmente giovani (studenti di terza media) di affrontare compiti di una certa complessità, relativi alla risoluzione di disequazioni non lineari, che richiedono collegamenti non banali tra il registro grafico e quello algebrico (Bazzini, Boero & Garuti, in stampa). Tra l'altro, collegato alla "covariance view" vi è un approccio ancora più dinamico, che porta a considerare, nella colonna della variabile dipendente, le variazioni e le variazioni delle variazioni (si veda anche Gravemeijer & Doorman, 1999). Quando cambiano le differenze, ci si accorge del cambiamento, e si presta attenzione. Si tratta di un approccio molto vicino al modo in cui avvertiamo sensazioni fisiche; al modo in cui il nostro cervello codifica le sensazioni fisiche, anche se questo modo viene mascherato dal linguaggio che utilizziamo e che è statico. Quando diciamo "ho freddo", sembra che si stia esprimendo uno stato assoluto; invece la nostra esperienza è quella di una variazione (abbassamento) di temperatura. Il linguaggio suggerisce che abbiamo operato una selezione nel flusso dell'esperienza, abbiamo effettuato una fotografia, e la comunichiamo in modo statico (forse ciò è dovuto alla cultura occidentale che porta a riflettere sull'esperienza per controllare il flusso continuo di informazioni). I nostri sensi comunicano un flusso di dati al cervello e un'abitudine culturale ci porta a selezionare alcuni fra questi dati, a ipostatizzarli e a comunicarli ad altri sotto forma di informazioni statiche. Il cervello rimane comunque sensibile innanzitutto alle variazioni, in particolare alle variazioni seconde (Berthoz, 1998).

Michele Impedovo ha per esempio suggerito che la rappresentazione cartesiana sia molto meno efficace di quella parametrica (Impedovo, 1999; 2000): si tratta di un'ipotesi a mio avviso estremamente ragionevole, ma che non mi sembra percorsa nella didattica tradizionale, né in geometria analitica, né in analisi, né, in generale, in altri domini oggetto di studio. Queste considerazioni suggeriscono che è necessario lavorare anche a livello di quadri di riferimento teorici per i quali sarebbe auspicabile l'aiuto critico di matematici specialisti nel settore, attenti agli sviluppi storico - epistemologici della loro disciplina, ma sensibili anche ai problemi cognitivi.

## **Conclusioni**

Se si continuano a proporre motivazioni e compiti tipici dell'insegnamento tradizionale, le nuove tecnologie possono apparire poco adeguate, se non addirittura controproducenti: in tal caso l'insegnante può avere come unico rifugio quello di rifiutare, più o meno esplicitamente, l'integrazione di tali tecnologie nella prassi didattica. Per tale motivo acquistano particolare importanza interventi che prospettino nuovi orizzonti per l'IAM anche nella manualistica scolastica e non solo nell'ambiente della ricerca didattica; un ottimo esempio in tal senso è stato fornito da Sergio Invernizzi, Maurizio Rinaldi e Andrea Sgarro (Invernizzi, Rinaldi & Sgarro, 2000).

Superare gli antichi pregiudizi per avere nuove prospettive vuol anche dire rendersi conto che l'uso di una nuova tecnologia richiede l'individuazione di nuovi campi di problemi e l'adozione di nuovi campi di ricerca e di nuove metodologie. Come ha scritto Michelle Artigue, gli insegnanti vogliono essere convinti che l'efficienza del sistema educativo sarà accresciuta da tali cambiamenti nel modo di insegnare (Artigue, 1998). Perché ciò possa avvenire penso sia innanzitutto opportuno prestare attenzione al processo di mediazione semiotica che ogni tecnologia, le nuove in particolare, rendono possibile, in quanto artefatti che incorporano sapere, cultura ed esperienza.

## Bibliografia

- Ainley, J.: 2000, Exploring the transparency of graphs and graphing, in Nakahara & Koyama (eds), *Proceedings of PME 24*, Hiroshima, v. 2, 9-16.
- Artigue, M.: 1997, Computer Environments and Learning Theories in Mathematics education, in B. Barzel (ed), *Teaching Mathematics with Derive and the TI 92, Proceedings of the International Derive and TI-92 Conference*, Bonn 1-17.
- Artigue, M.: 1998, Teachers training as a key issue for the investigation of computer technologies, in Lewis, R. & Mendelson, P. (eds.) *Proceedings of the IFIP TC3/WG3.3: Lessons from learning* (121-132), Amsterdam.
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O.: 1999, Dalle congetture alle dimostrazioni. Una possibile continuità cognitiva., *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol.22B, N.3, 209-234.
- Arzarello, F.: 2000, Inside and outside: space, times and language in proof production, , in Nakahara & Koyama (eds), *Proceedings of PME 24*, Hiroshima, v. 1, 23-38.
- Arzarello, F. , Robutti, O.: (submitted), From body motion to algebra through graphing, *ICMI Studies 2001*
- Bazzini, L., Boero, P. & Garuti, R.: (in stampa) Revealing and Promoting the Students' Potential in Algebra: A Case Study Concerning Inequalities, presentato a CERME2, Marianske Lazne, 2001.
- Berthoz, A., *Il senso del movimento*, McGraw-Hill, Milano.
- Bottino, R.M. & Chiappini, G.: 1995, ARI-LAB: models, issues and strategies in the design of a multiple-tools problem solving environment, *Instructional Science*, vol 23, n°1-3, Kluwer Academic Publishers, 7-23.
- Dreyfus, T. & Eisenberg, T.: 1990, On difficulties with diagrams: Theoretical issues, in G.Booker, P. Cobb & T.N. De Mendicuti (eds), *Proceedings of PME 14*, Oaxtepec, v. 1, 27-36.
- Dunham, P.H. : 2000, Hand-Held Calculators in Mathematics Education: A Research Perspective, in Laughbaum, E.D., (ed) *Hand-Held Technology in Mathematics and Science Education: A Collection of Papers*, The Ohio State University
- Ferrara, F., Robutti, O.: (in stampa) A graphical approach to functions through body motion, CIEAEM 53, Verbania.
- Fierli, M.: 1998, L'innovazione educativa, *ITER*, 2, 39-43.
- Gravemeijer, K. & Doorman, M.: 1999, Context problems in realistic mathematics education: a calculus course as an example, *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111-129.
- Hoyles, C.: 1993, Microworlds/schoolworlds: The transformation of an innovation, in Keitel, C. & Ruthven, K. (eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology*, 18-47, Berlino, Springer-Verlag.
- Kerslake, D.: 1981, Graphs, in K.M: Hart (ed), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*, John Murray, London, 120-136.
- Impedovo, M.: 1999, *Matematica e computer algebra*, Sprinter & Verlag, Milano.
- Impedovo, M.: 2000, Computer algebra e calcolo infinitesimale, *La matematica e la sua didattica*, 1.
- Invernizzi, S., Rinaldi, M. & Sgarro, A.: 2000, *Moduli di matematica e statistica*, Zanichelli, Bologna.
- Lakoff, G & Johnson, M: 1999, *Philosophy in the flesh*, Basic Books, New York.
- Lakhoff, G. & Nunez, R.: 2000, *Where Mathematics Comes From*, Basic Books, New York.
- Mariotti, M.A.: 2001, Influence of technologies advances on students' math learning, in English, L., Bartolini Bussi, M.G., Jones, G., Lesh, R. & Tirosh, D. (eds), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Lawrence Erlbaum Associates.
- Noss, R.: 1995, Thematic Chapter: Computers as Commodities. In: diSessa A.A., Hoyles C., Noss R. (eds): *Computers and exploratory learning*, Nato Asi Series F, Vol 146, Berlin, Springer Verlag, 363-381.
- Nunez, R. (2000). Mathematical Idea Analysis: What Embodied Cognitive Science Can Say about the Human Nature of Mathematics in Nakahara & Koyama (eds), *Proceedings of PME 24, Hiroshima*, v. 1, pp. 3-21.
- Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O.: (in stampa) Avvio al pensiero teorico in un ambiente di geometria dinamica, *L'educazione matematica*.
- Paola, D.: 1997, La multimedialità - Esperienze - Critiche, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, v.20A-B, 712-746.
- Paola, D. (in stampa), L'uso di nuove tecnologie per l'introduzione ai concetti della cinematica, *Didattica delle scienze*.
- Swatton, P. & Taylor, R.: 1994, Pupil Performance in Graphical Tasks and its Relationship to the Ability to Handle Variables, *British Educational Research Journal*, 20, 227-243.
- Verillon, P. & Rabardel, P.: 1995, Cognition and Artifacts: a Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity, *European Journal of Psychology in Education*, 9(3), 77-101.
- Winslow, C.: 2000, Linguistic aspects of computer algebra system in higher mathematics education, in Nakahara & Koyama (eds), *Proceedings of PME 24*, Hiroshima, v. 4, 281-288