

6. TRIANGOLAZIONI DI SUPERFICI GEOGRAFICHE: RIFLESSIONE SULL'OSSERVAZIONE DEI PROCESSI DI APPRENDIMENTO E SUI PROBLEMI CONNESSI ALLA VALUTAZIONE*

Scali, E., N.R.D. Genova, Scuola dell'Obbligo, e I.M.A. del C.N.R.

6.1 *Premessa*

L'oggetto della comunicazione è la messa a fuoco di alcuni problemi relativi all'osservazione e all'interpretazione di processi di apprendimento in situazioni che comportano la presenza di obiettivi di tipo disciplinare e di obiettivi formativi sul piano culturale. Un'ipotesi soggiacente a questa scelta è che lo sviluppo degli uni consenta anche una miglior acquisizione della padronanza degli altri e che, nel contempo, le situazioni di reinvestimento e di trattamento dei concetti matematici possano essere terreni fecondi per lo sviluppo delle abilità di pensiero. L'esame di questo intreccio costituisce il terreno privilegiato dell'analisi che cercherò di condurre.

Questo tipo di analisi comporta, fra l'altro, il chiarimento circa :

- il rapporto fra **osservazione** e **valutazione**, all'interno del quale interpretare lo stato dei processi di pensiero in relazione allo **sviluppo potenziale** e alla natura delle difficoltà di apprendimento che essi manifestano;
- il rapporto fra **competenze locali** e **competenze globali** e, in particolare, la funzione delle forme di mediazione attuate;
- il rapporto fra il **tempo della situazione didattica osservata** e il **tempo richiesto dalla padronanza degli apprendimenti disciplinari e culturali**: ciò mette in gioco, fra l'altro, l'esigenza di considerare il tempo anche nella sua dimensione di **memoria didattica**.

6.2 *Quadro teorico per l'itinerario didattico osservato e per l'osservazione*

Farò riferimento a un quadro teorico che valorizza l'attività costruttiva da parte dell'allievo nel corso del processo di apprendimento; da ciò discende, sul piano della valutazione, l'osservazione di come i processi di pensiero maturano e si sviluppano in relazioni alle condizioni date dal contesto di lavoro, dalla

Scuola Elementare di Piovasco (TO) metodologia seguita, dalle scelte circa il tipo di consegne, dai problemi di natura cognitiva, relazionale, affettiva eventualmente presenti nella classe.

Un'ipotesi specifica riguarda il ruolo di mediazione che i segni assumono nello sviluppo della cognizione individuale e, di conseguenza, l'estensione della funzione di mediazione dell'insegnante al piano cognitivo e semiotico.

Assumendo l'ipotesi che le conoscenze, prima di divenire interiorizzate, compaiano sul piano interpersonale e sociale, viene dato rilievo alla discussione di "confronto" tra gli elaborati (relativi alle strategie risolutive) prodotti dagli alunni. In quest'ottica, il concetto di *zona di sviluppo prossimale* appare indispensabile per interpretare gli sviluppi dell'apprendimento individuale e segnalare i confini in cui l'intervento dell'insegnante risulta produttivo.

Dal punto di vista di "cos'è un concetto", farò riferimento alla definizione data da G. Vergnaud come "insieme delle situazioni che danno senso al concetto, degli invarianti sui quali si basa l'operatività degli schemi e delle forme con cui può essere rappresentato il concetto, le sue proprietà, le procedure di trattamento ad esso collegate". Per gli aspetti connessi ai processi di natura esplicativa ed argomentativa, un riferimento è costituito dalle ipotesi di R. Duval.

* Comunicazione presentata al Convegno Internuclei Scuola dell'obbligo, Vico Equense, 1999

6.3 *L'unità didattica "Triangolazione di superfici geografiche"*

L'Unità Didattica, nel progetto "Bambini, Maestri, Realtà", viene svolta in quinta elementare. Essa comprende alcune situazioni didattiche in cui agli allievi è richiesto ogni volta di calcolare, in modo approssimato, la superficie di una zona geografica definita, riportata su scheda. L'approccio alle situazioni didattiche è solo in apparenza simile: poiché vengono proposte attività di riflessione su aspetti importanti emersi, in realtà ogni nuova situazione problematica mette a confronto la cognizione individuale con le questioni sollecitate dall'attività di riflessione. Questa condizione consente all'insegnante di osservare gli sviluppi nelle strategie utilizzate dagli alunni per il calcolo dell'area, di osservare come matura la cognizione individuale riguardo agli obiettivi culturali e, infine, di osservare come la maturazione rispetto agli uni si connette all'evolversi della padronanza rispetto agli altri.

Gli **obiettivi** dell'Unità Didattica possono essere distinti, in sintesi, come:

- **obiettivi di carattere disciplinare**; qui vengono riportati solamente quelli che interessano la presente comunicazione: la maturazione del concetto di area come estensione di superfici piane non riconducibili alle figure geometriche conosciute, attraverso il reinvestimento di queste ultime; il consolidamento della padronanza del calcolo delle aree di figure geometriche conosciute; lo sviluppo della competenza nel disegno di figure geometriche.

- **obiettivi di carattere culturale**; in modo particolare, lo sviluppo della gestione di ipotesi euristiche e progettuali; lo sviluppo della capacità di elaborare un pensiero argomentativo che giustifichi le scelte di ragionamento adottate; lo sviluppo della capacità di controllo del proprio processo di pensiero, soprattutto come controllo globale; lo sviluppo di abilità metacognitive.

La presenza degli obiettivi del secondo tipo è ciò che caratterizza, dal mio punto di vista, l'interesse per l'osservazione dei processi di apprendimento nell'U. D. in questione, rendendo

stimolanti, complesse e delicate le ipotesi di ricerca mirate a interpretare ciò che avviene in classe.

Nell'**analisi a priori** dell'approccio dell'allievo alle consegne presentate, si ipotizza che egli si trovi dinanzi a due problemi concomitanti, connessi al tipo di scelte che deve effettuare:

- la **macro-scelta** di ragionamento che "guidi" il progetto mirato a raggiungere lo scopo;

- la **scelta operativa**, che accanto ad una funzione "esecutiva", potrebbe anche avere un ruolo critico, sollecitando uno spazio di lavoro mentale che stimoli punti di vista risolutivi diversi.

Da un punto di vista più generale, è interessante osservare la relazione che gli allievi instaurano con la gestione della complessità e, in questo quadro, l'utilizzo delle conoscenze possedute e la natura delle operazioni mentali implicate nei ragionamenti inerenti le scelte attuate.

6.4 *Analisi dei primi protocolli*

La prima consegna data agli alunni ha riguardato il calcolo della superficie del Portogallo. Nelle indicazioni verbali era esplicito il ricorso alle figure geometriche conosciute e ciò richiamava attività già svolte, relative alla scomposizione di figure irregolari nel calcolo della loro area.

Esaminando le strategie emerse, si notano **due tipi fondamentali di macro-scelte** :

[1] un processo di pensiero in cui emerge un utilizzo rigido delle figure geometriche: esse vengono **subordinate alla forma dello stato**, i cui confini assumono un carattere inviolabile (nello spazio di lavoro mentale o ci si colloca all'interno o ci si colloca all'esterno di essi). Questa scelta assume due connotazioni distinte, corrispondenti agli scopi identificati dagli allievi: [1a] alcuni alunni sembrano partire dal principio di dover calcolare *tutta* l'area del Portogallo. In assenza di soluzioni operative adatte a raggiungere direttamente lo scopo, ciò avviene immettendo la forma del Portogallo dentro alle figure geometriche. Nella scelta delle figure

geometriche si esaurisce (e si blocca) la strategia: *"Io ho scelto la strategia di fare un rettangolo che comprendesse tutto il Portogallo, perché facendo così ho calcolato tutta la superficie del P. in una volta sola"*; [1b] altri alunni partono dal principio che è possibile un processo di *avvicinamento progressivo alla superficie reale*, con lo scopo di ridurre il più possibile il margine di errore; le figure geometriche hanno la funzione di strumenti per avvicinarsi all'obiettivo: *"Ho usato questa strategia perché volevo avvicinarmi alla misura reale, così ho riempito il Portogallo di triangoli e di rettangoli cercando di non comprendere il mare"*

[2] Un processo di **coordinazione dell'aspetto strumentale** (figure geometriche) **con la forma particolare dello stato** (approccio alla consapevolezza che la rigidità delle figure geometriche può essere resa flessibile attraverso un processo di distanziamento globale dalla subordinazione di un aspetto all'altro): *"... ho pensato che il Portogallo avesse la forma di una figura geometrica, il rettangolo. Ho pensato anche che il mare che è compreso nel rettangolo fossero dei pezzi di terra del Portogallo e la terra che era fuori del rettangolo ho pensato che fosse mare"*

A questi due blocchi di strategie corrispondono **sei modalità operative di esecuzione** dei citati processi di subordinazione e di coordinazione (v. figura n. 1):

A - disegno di un'unica figura geometrica che comprenda tutto lo stato;

B - disegno di più figure geometriche che complessivamente contengano tutto lo stato, il cui numero varia secondo il grado di adesione al restringimento o all'allargamento dello stato;

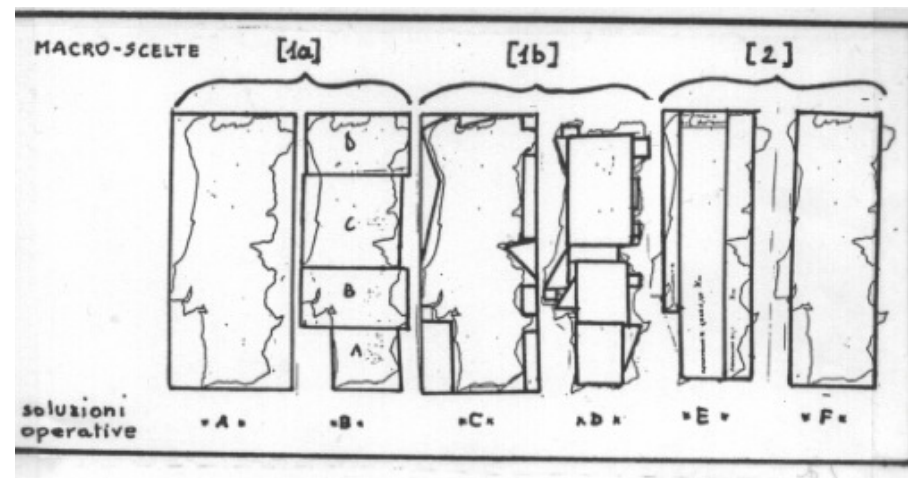
C - disegno di una figura-cornice che comprenda tutto lo stato e successiva sottrazione delle aree di figure geometriche aventi la funzione di colmare gli spazi non appartenenti allo stato;

D - disegno di molte figure geometriche con la funzione di ricoprire il più possibile la superficie dello stato;

E - disegno di più figure geometriche in cui viene attuato una compensazione della superficie dello stato esclusa con la superficie non appartenente allo stato compresa nelle figure;

F - disegno di un'unica figura avente la stessa funzione rilevata al punto precedente.

Tabella n.1: Modalità operative in relazione alle macro-scelte a cui si riferiscono



6.5 Il problema del rapporto fra osservazione e valutazione

L'analisi precedente segnala un quadro delle competenze dei bambini rispetto all'utilizzo del concetto di area e delle procedure di trattamento ad esso collegate, in un contesto di applicazione che si presenta nuovo. L'osservazione rileva in generale un dato prevalentemente **statico**, conducendo ad una **valutazione sommativa** sul tipo di apprendimento autonomo raggiunto. E' indubbio, ad esempio, che il concetto di area abbia livelli differenziati di padronanza: per alcuni alunni è un significato la cui applicazione dipende dallo script fin qui costruito; altri alunni sembrano avere la capacità di scoprire nuovi sensi connessi con un utilizzo flessibile del concetto.

Un esame di questo tipo tuttavia non consente di approfondire la conoscenza sugli aspetti che sono **potenzialmente** nell'area di sviluppo degli allievi, poiché si limita alla registrazione delle scelte di ragionamento effettuate e delle procedure seguite, comparate sul piano del risultato finale. Dietro alla stessa scelta possono esserci livelli di competenza diversi: per alcuni alunni potrebbe essere una strategia al limite delle possibilità di pensiero, per altri potrebbe costituire un ripiego di fronte al dubbio sulla fondatezza di altre ipotesi abbozzate.

Dal punto di vista dell'insegnante è importante pervenire ad una valutazione che non si limiti a classificare le strategie di ragionamento, ma che elabori ipotesi in relazione alla progettualità in esse incorporata, al fine di tener conto degli specifici bisogni da parte della classe o di determinati allievi in particolare: è necessario cioè assumere un punto di vista **dinamico-evolutivo**.

Una questione che si pone, al crocevia fra osservazione e valutazione, riguarda l'utilizzo delle verbalizzazioni prodotte dagli alunni. La richiesta agli alunni di esplicitare il ragionamento seguito, non è sempre sufficiente a garantire l'effettiva conoscenza delle operazioni di pensiero attuate.

La questione è infatti assai complessa e i meccanismi soggiacenti a questo livello di analisi non possono essere sottovalutati né tanto meno elusi.

Innanzitutto, la traccia scritta ha forti attinenze con le idee che l'allievo si è formato circa lo "scrivere il proprio ragionamento" (dipendenti dal "contratto didattico") e, a sua volta, ciò ha stretti legami con le connotazioni che l'attività richiesta assume rispetto alla possibilità interiore, per l'allievo, di eseguirla (per ragioni connesse a valori personali, alle motivazioni, ad aspetti di natura affettiva e/o emotiva, alla coscienza e/o alla memoria dei propri processi di pensiero, ecc.).

Inoltre, la possibilità per l'allievo di esprimere attraverso la scrittura il proprio ragionamento è favorita (o costruita) da un percorso didattico che, fin dall'inizio della scuola elementare, dia

valore alla parola personale, che ne consenta l'esplicitazione senza affossarla con giudizi di valore, che miri alla costruzione della padronanza dell'uso consapevole della lingua, che intervenga con le opportune mediazioni laddove l'esplicitazione della parola personale e lo sviluppo della padronanza del linguaggio siano impediti da fattori esterni all'ambito didattico. La possibilità che l'atto linguistico prodotto sia rispondente al processo di pensiero realmente attuato può essere maggiore alle condizioni sopra espresse, le quali richiedono di essere curate precocemente, a largo raggio (nel senso della interdisciplinarietà) e sul lungo periodo.

Infine, si deve considerare il problema dell'interpretazione da parte dell'insegnante, che richiede il decentramento rispetto alle aspettative, sia riguardo agli aspetti disciplinari, sia riguardo ai singoli allievi. Poiché, specularmente, per l'allievo esiste il problema di eseguire ciò che suppone essere nelle aspettative dell'insegnante, diviene tanto più importante curare una didattica attenta alla costruzione della padronanza della scrittura connessa col pensiero e possedere una sufficiente consapevolezza del contratto didattico implicito presente nella classe.

6.6 Osservazione in itinere: costruzione di ipotesi

Adottando una lettura di tipo dinamico-evolutivo del processo intervenuto nel corso della risoluzione del problema è necessario approfondire l'analisi utilizzando più punti di vista.

6.6.1 Analisi dal punto di vista della relazione con gli aspetti disciplinari

Rispetto al contenuto geometrico, è importante osservare la relazione esistente fra l'intenzionalità riguardo allo scopo che l'allievo ritiene di dover perseguire, le sollecitazioni provenienti dalla componente figurale del problema (la forma dello stato, l'idea personale relativa alle figure geometriche), l'utilizzo delle figure geometriche nella dialettica fra strumento e oggetto.

Chi elabora un **approccio globale** sembra essere chi considera la forma dello stato connessa **all'interazione** con le figure geometriche in quanto **oggetti** geometrici.

*"Per fare questo rettangolo ho pensato che il Portogallo avesse la forma di un rettangolo. Ho pensato che il mare che è compreso nel rettangolo fossero dei pezzi di terra del Portogallo e la terra che era fuori del rettangolo ho pensato che fosse mare" (Vera, scelta *F*)*

La figura geometrica diviene l'oggetto (segno) che esprime (e, dialetticamente, su cui si concentra) l'interazione con la situazione problematica vista nella sua globalità, in cui cioè sono strettamente saldati lo scopo, i vincoli della rappresentazione, i concetti di cui si ha padronanza. Ciò farebbe supporre che l'elaborazione di un progetto globale sia favorita dal superamento della centralità del vincolo del confine dello stato, attraverso la modalità della **compensazione**.

Chi utilizza le figure geometriche come **strumenti** di tipo procedurale sembra elaborare scelte operative che esprimono la loro efficacia in termini di **contenimento** o di **ricoprimento**.

*"Io ho scelto la strategia di fare un rettangolo che comprendesse tutto il Portogallo, perché facendo così ho calcolato tutta la superficie del Portogallo in una sola volta" (Ambra, scelta *A*)*

*"Io ho pensato ad avvicinarmi di più alla superficie reale del Portogallo occupando anche con delle piccolissime forme gli spazi vuoti" (Andrea, scelta *D*)*

In questi approcci la situazione è trattata in termini di **adattamento di uno schema operativo** conosciuto. Si potrebbe ipotizzare il rischio che i bambini considerino le figure geometriche lo strumento a cui affidare la risoluzione (*depositarie del sapere*). Non si può parlare di approccio globale nel senso inteso in precedenza, poiché la situazione è vista nella sua particolarità di collimare con lo "schema" e risulta centrale l'esecuzione della procedura.

Alcuni bambini esplicitano *in itinere* il cambio di strategia da [1a] a [1b]: all'interno di un quadro di ragionamento è possibile attivare più schemi operativi, la cui scelta definitiva avviene sulla base della maggiore o minore congruenza con l'obiettivo ipotizzato. Ciò induce anche a riflettere sulla **relazione dialettica** fra ciò che abbiamo denominato "macro-scelta" e ciò che abbiamo denominato "soluzione operativa": il collegamento, dal punto di vista dell'analisi teorica, è discendente, ma nella realtà dei processi cognitivi la situazione si rivela molto più complessa.

Non si segnalano, invece, casi di passaggio dalla macro-scelta [1] alla macro-scelta [2]: questo potrebbe confermare una **distanza cognitiva** fra le due prospettive di ragionamento.

6.6.2 *Analisi dal punto di vista della complessità degli atti di pensiero*

Nella sua accezione di **ricerca di equilibrio**, la compensazione richiede la formulazione di ipotesi euristiche, in un quadro in cui la gestione della dinamica temporale può essere fortemente complessa. Non si tratta, infatti, di un semplice sviluppo sequenziale di operazioni: gli atti di pensiero connessi alla compensazione richiedono una dinamica di andata-ritorno dalla realizzazione mentale o grafica dell'ipotesi alla verifica, in cui è necessario mettere in gioco il concetto di **equivalenza**. Inoltre, è ipotizzabile che la scelta di questa strategia richieda una componente di giustificazione, a se stessi innanzitutto, poiché esce dal *contratto didattico* in atto nella classe fino a quel momento. Ciò non può richiedere, per lo stato delle conoscenze del bambino, solo un atto di spiegazione, ma un atto di pensiero **argomentativo** che organizzi non soltanto le ragioni a sostegno della scelta, ma anche l'esame della loro accettabilità, sotto l'aspetto della pertinenza e della forza (Duval, 1998). Con ciò non si intende affermare che gli alunni che hanno "compensato" abbiano piena coscienza della complessità delle operazioni mentali compiute: esse potrebbero costituire dei *teoremi in atto* di cui non si ha ancora piena consapevolezza e che è difficile denominare. E' significativo, a questo proposito, che non compaia,

nei testi, l'uso di denominazioni di tipo generali, ma che il linguaggio sia ancora legato all'operare *in situazione*.

La scelta [1] sembra richiedere invece prevalentemente un atto linguistico di **spiegazione**: per l'alunno si tratta di convergere verso una soluzione che sostanzialmente non esce dal campo di situazioni in cui il concetto ha senso ed è connessa allo schema costruito (Vergnaud). Si tratta, dunque, per gli allievi, di individuare ed esplicitare le motivazioni che sostengono questa scelta.

6.6.3 *Lo sviluppo del lavoro nell'Unità Didattica*

La pratica didattica del confronto può favorire lo sviluppo delle concezioni degli allievi. Il confronto deve tener conto delle relazioni fra l'aspetto figurale e quello concettuale, rappresentati in linea di massima nella scelta operativa adottata (confronto fra disegni) e nelle verbalizzazioni (confronto fra testi). Ciò comporta l'attenzione ai processi di **conversione** fra registri diversi, che a sua volta richiede di considerare le difficoltà che gli allievi incontrano nel connettere il piano dell'equivalenza dei referenti e quello della congruenza semantica (Duval). Agli alunni viene richiesto di indicare quale fra quattro enunciati non esprime il ragionamento di compensazione:

(le strategie *E* ed *F*...)

- 1 **"...fanno finta che la terra fuori della figura geometrica sia più o meno come il mare compreso nella figura"**
- 2 **"...compensano il mare compreso nella figura con la terra eliminata"**
- 3 **"... lasciano fuori dal rettangolo o dai rettangoli che hanno fatto un po' di terra e cercano di far entrare meno mare possibile nei contorni"**
- 4 **"..il mare che comprendono lo trasformano nella terra tagliata fuori dalla figura geometrica"**

Viene qui sollecitata la ricerca della somiglianza o della differenza semantica del contenuto degli enunciati e questo, a sua volta, richiama una rete di relazioni semantiche ed epistemiche più ampie, che costituiscono il terreno per la produzione di argomenti a favore dell'esclusione di una frase. La seguente risposta evidenzia come ciò possa comportare operazioni mentali complesse:

"Io ho detto che la frase diversa dalle altre è la terza perché significa che loro non vogliono far entrare il mare nel loro rettangolo o nei loro rettangoli, però buttano fuori della terra. Cioè, così non è giusto! Facendo così si fa un grosso errore, perché loro, sì è vero che "sembra" che non vogliono del mare nel rettangolo, ma non è vero nella realtà, perché loro scartano della terra, ma, prendendo del mare fanno finta che quello fosse della terra" (Katia)

La complessità è dimostrata dal fatto che l'allieva dichiara un pensiero che è **andato oltre** (e probabilmente **contro**) il livello di interpretazione dell'autore del terzo enunciato (che aveva isolato gli elementi relativi alla strategia di compensazione dalla rete di relazioni semantiche implicate), connettendo gli elementi iconici presenti nelle soluzioni operative *E* ed *F* con un livello superiore di riflessione che fa riferimento all'intenzionalità e agli scopi.

Altre risposte, pur indicando correttamente che il terzo enunciato si discosta dagli altri, faticano a distanziarsi dal tessuto superficiale della proposizione. Ecco un esempio: *"La terza frase non è corretta perché i disegni dicono che deve entrare un po' di mare e uscire un po' di terra, mentre la frase dice che deve uscire terra e non deve entrare mare, anzi pochissimo" (Mara)*

Il gioco, in questa verbalizzazione, è condotto sullo stesso terreno su cui si è mosso l'autore dell'enunciato: gli elementi iconici sono isolati dai loro significati e il conflitto non sembra appartenere ad un livello riflessivo-argomentativo, ma si muove su un piano quantitativo.

6.7 *Il problema del rapporto fra competenza locale e competenza globale*

Ipotizzando per tutti gli allievi la possibilità di accedere alla strategia di compensazione, emerge un problema cruciale nell'osservazione dei processi di apprendimento : il rapporto esistente fra la padronanza della globalità di un ragionamento e la padronanza degli elementi ad esso relativi. Sono possibili , a questo proposito, alcuni livelli di analisi:

a) ci si può collocare in una prospettiva individuale, osservando lo sviluppo della cognizione di un particolare allievo: l'analisi deve raccordarsi sia con la storia personale dell'allievo, sia con le modificazioni che avvengono nella sua zona di sviluppo potenziale;

b) un altro livello di analisi riguarda i cambiamenti che avvengono nella classe: essa fornisce elementi di conoscenza sull'agire delle attività svolte e sui modi di questo agire;

c) l'esame dei ragionamenti individuali e collettivi deve tuttavia comprendere anche un livello di analisi che sappia *distanziarsi* dai singoli alunni e dalla classe per rilevare quali aspetti non debbono essere sottovalutati perché potrebbero veicolare la costruzione di concezioni difformi rispetto ai concetti in gioco, con la conseguenza che in seguito essi non potranno essere utilizzati come oggetto di riflessione e connettersi quindi con l'azione pianificatrice.

Integrare nel rapporto fra osservazione e valutazione l'attenzione alla relazione fra competenza locale e competenza globale dà all'insegnante informazioni che supportano le ipotesi circa le prospettive di lavoro, aiutando a individuare dove è necessaria la sua mediazione.

Su questi aspetti l'analisi sul confronto fra gli enunciati mostra alcuni elementi interessanti.

Innanzitutto, la constatazione che la risposta fornita dagli allievi, se in apparenza è identica, nasconde in realtà livelli di comprensione diversi e, soprattutto, dà luogo a ragionamenti che

attivano processi di pensiero altamente differenziati. L'esame di questi livelli può condurre all'ipotesi che alcuni alunni sono riusciti a entrare in modo sufficientemente profondo nella globalità del ragionamento prodotto da altri compagni e si può ulteriormente ipotizzare che ciò è avvenuto all'interno di una relazione dialettica e consapevole con le scelte locali, interpretate alla luce del significato che esse hanno in rapporto al ragionamento.

D'altra parte, le argomentazioni prodotte potrebbero essere ancora interne alla situazione esaminata e non costituire un criterio orientatore, di tipo generale, verso future situazioni problematiche. Tuttavia, la consegna ha la duplice veste di consentire una verifica *in itinere* e di assumere la funzione di esporre gli allievi a riflettere su possibilità non ancora direttamente esperite, ma che possono forzare, nello sviluppo potenziale, l'attivazione di nuove risorse.

Si può ipotizzare che altri alunni non riescano invece ad accedere al raccordo dialettico fra il piano globale e quello locale. Gli enunciati, per questi alunni, non richiamano relazioni qualitative sul piano concettuale, ma, al contrario, il piano locale viene assunto come generale. La *memoria didattica* può essere, in questi casi, un supporto prezioso, in quanto, ad esempio, permette all'insegnante di individuare gli elementi costanti nelle difficoltà di determinati allievi.

6.8 *Analisi sintetica della seconda situazione problematica*

Nella seconda attività dell'Unità Didattica (calcolo della superficie del Brasile) si assiste, in generale, a un cambio di strategia: su 16 alunni, 12 scelgono una soluzione operativa diversa dalla precedente. La scelta [1a] viene abbandonata e 8 alunni passano alla macro-scelta [2].

Un primo elemento di riflessione è relativo alle relazioni fra la vecchia e la nuova scelta di ragionamento. Esiste una forte correlazione fra gli alunni che avevano formulato un ragionamento di tipo argomentativo nella precedente attività di confronto e il

passaggio dalla strategia [1] alla strategia di compensazione. Da parte di alcuni di questi alunni il passaggio viene attuato come **rottura** rispetto alla scelta seguita nel problema precedente:

"Siccome il Brasile mi dà l'idea di un triangolo, posso farlo. Questa volta non cerco di togliere dal mio triangolo il mare, ma lo compenso con la terra che lascio fuori, cioè, lasciando fuori della terra, non calcolerò l'area vera del Brasile, allora cercherò di compensare il mare con essa. Quello che voglio dire è che la terra che non ho preso in considerazione ho fatto finta che fosse mare, mentre il mare preso in considerazione l'ho compensato alla terra scartata" (Katia)

La rottura è legata alla legittimità di infrangere il vincolo del confine dello stato: il confronto effettuato permette all'allieva di gestire, attraverso l'argomentazione, la distanza cognitiva esistente fra le due strategie, mediante la coscienza dell'origine della necessità di compensare.

Un altro aspetto interessante è dato dalla compensazione a piccoli passi. Il processo di compensazione viene reiterato per ogni figura disegnata: *"...ho dovuto stare attenta a compensare bene, cioè in ogni rettangolo ci doveva essere circa la stessa superficie di mare e di terra tolta"*. Si può rintracciare qui un processo di **filiazione** dalla scelta operativa *D*: il progressivo ricoprimento della superficie dello stato con molte figure geometriche diviene, in un altro quadro di ragionamento, la progressiva determinazione della superficie dello stato attraverso una paziente opera di compensazione locale delle varie parti.

Un altro elemento di riflessione è dato da chi ha cambiato strategia, rimanendo però sempre nell'ambito della macro-scelta [1]. Sono rintracciabili processi di **affinamento** della scelta seguita nel problema precedente: un caso tipico è il passaggio da *A* a *C* attraverso la determinazione della superficie da sottrarre dalla figura-cornice di partenza.

E' interessante notare la presenza di **intrusioni** delle riflessioni effettuate in classe per rispondere ad un problema irrisolvibile nella

strategia *D* (riguardante la giustificazione delle terre che non si riesce a comprendere nelle figure geometriche): *"Io ho scelto di riempire quasi tutto il Brasile e di lasciare fuori un po' di terra, perché quando avevo scelto di fare un rettangolo attorno al Portogallo avevo calcolato anche terre non appartenenti al Portogallo, quindi adesso ho scelto di fare in questo modo così posso calcolare tutto il Brasile, però facendo finta che le terre che ho lasciato fuori siano mare" (Ambra)*

Per *intrusione* si intende qui un assunto che fornisce una giustificazione locale, con il rischio però dell'uso indebito di un concetto che ha un significato diverso su un piano globale.

L'approfondimento di questo punto consente di chiarire una questione cruciale. L'enunciato di Ambra rivela che la compensazione, nei suoi aspetti concettuali, non è stata compresa a fondo: infatti, all'osservazione-giustificazione prodotta non ne consegue la ricerca di proseguire il problema immettendo zone non appartenenti al Brasile nelle figure disegnate.

Ambra usa l'espressione "far finta" su **un piano interno ad un significato**, il quale viene modificato per una qualsiasi ragione. Su questo piano, su cui si muove anche il gioco dei bambini, è assente il concetto di equivalenza. Nella compensazione invece l'espressione agisce secondo **un piano di relazione fra concetti**, in cui è presente il cambiamento di significato di due argomenti (la terra esclusa dalla figura *diviene* "mare" e il "mare" incluso nella figura *diviene* terra), coordinato sotto l'aspetto dell'equivalenza. Il rischio è rappresentato dal fatto che, in presenza di una comprensione inadeguata della "compensazione", le due accezioni possano sovrapporsi. L'accesso ad un piano culturale potrebbe essere ostacolato, perciò, da un'operazione di cortocircuitamento, favorita dall'associazione verso echi e referenti più familiari.

Queste ipotesi permettono di intravedere possibili difficoltà nella sfera epistemologico-cognitiva e, soprattutto, nel rapporto fra concetti di uso quotidiano e concetti scientifici.

E' infine interessante osservare ciò che manifestano gli alunni che non cambiano la strategia rispetto al problema precedente. Possiamo estrarre dalle loro verbalizzazioni i **principi** che emergono (e il cui interesse va oltre il singolo allievo, segnalando questioni di portata più ampia):

- l'affinamento della strategia mediante operazioni di tipo **quantitativo**, corrispondenti al principio "ricopro meglio" la superficie dello stato, con il disegno di un maggior numero di figure;
- la **difficoltà** di esecuzione che l'allievo vede nelle altre strategie;
- la **forma dello stato**, che sollecita precise figure geometriche da immettere all'interno.

Si evidenzia un ulteriore problema: l'accesso ad una strategia che si colloca su un piano più complesso di ragionamento richiede un diverso **statuto** delle figure geometriche. Infatti, mentre nella macro-scelta [1] le figure hanno la funzione di strumento procedurale, nella compensazione assumono un ruolo di oggetto geometrico il cui "legame" con la forma dello stato è assai tenue.

6.9 Il problema del tempo nell'osservazione dei processi di apprendimento

L'esame condotto fa emergere alcuni elementi di difficoltà relativi ai concetti sottostanti l'attività di compensazione e richiama il problema, già citato, del rapporto fra competenze globali e competenze locali. In particolare, tre elementi sembrano importanti:

- la possibilità del formarsi di concezioni difformi relativamente ai concetti espressi;
- la possibilità che lo statuto delle figure geometriche non venga modificato;
- la relazione con gli scopi, inerente la comprensione di strategie diverse dalla propria.

Il problema della distanza cognitiva fra le due macro-scelte è un problema di diverso utilizzo semantico ed epistemico dell'oggetto geometrico attraverso operazioni mentali di natura e di complessità

differente. Ciò implica di considerare l'accesso alla compensazione come un fatto che richiede necessariamente l'attivazione di operazioni mentali sul piano concettuale e culturale, per evitare apprendimenti puramente meccanici. Riflettere su questi aspetti richiede di considerare il **tempo didattico** come una ulteriore e importante variabile dell'osservazione *in itinere*. E' tuttavia necessario distinguere almeno due diverse connotazioni.

Una prima connotazione riguarda l'**analisi di processi di apprendimento lungo l'asse temporale della scuola elementare**. Sia rispetto agli obiettivi di tipo disciplinare, sia rispetto a quelli di tipo culturale l'osservazione condotta rappresenta solo una tappa di un più ampio progetto di insegnamento-apprendimento. Sul versante geometrico l'Unità Didattica si colloca, rispetto all'arco della scuola elementare, in una posizione intermedia fra le esperienze che hanno generato l'attenzione al concetto di area e le riflessioni che hanno portato alla sua applicazione nel campo delle figure geometriche, da un lato, e ulteriori sviluppi di reinvestimento del metodo della triangolazione per la determinazione dell'area di altre figure geometriche (rombo, trapezio, ecc.) dall'altro. Allo stesso modo, sul versante dello sviluppo dell'argomentazione, le attività condotte nell'Unità Didattica costituiscono una fase di un itinerario che coinvolge aree disciplinari diverse e situazioni che comportano, nel tempo, il rapporto con aspetti differenziati di realtà, intesa sia in senso fisico sia in senso culturale. L'analisi secondo questo punto di vista comporta dunque l'osservazione di quali spostamenti cognitivi il lavoro condotto ha realizzato, in rapporto agli obiettivi terminali della scuola elementare.

Una seconda connotazione è centrata sul **tempo dei processi di apprendimento nell'Unità Didattica**. Risulta evidente che solo un'analisi fine *in itinere*, può permettere di cogliere il senso del lavoro svolto e la sua maggiore o minore distanza dagli obiettivi fissati in partenza. All'interno di questo quadro, è centrale distinguere, a livello teorico e a livello dell'azione didattica, il piano

RAPPORTO TECNICO “BAMBINI MAESTRI REALTA” – CLASSE V – LINEE METODOLOGICHE

dell'osservazione finalizzata alla diagnosi delle difficoltà di apprendimento da quello finalizzato all'intervento di recupero.

Rispetto a quest'ultima connotazione si può riflettere sulle funzioni della tabella n.2, che costituisce uno strumento che contiene indubbi pregi, ma anche limiti che è bene chiarire.

Essa rende evidente lo *shift* avvenuto nella classe (e a livello dei singoli allievi) nel corso del lavoro. Si nota come nella classe ci sia uno sviluppo che tendenzialmente va dalla scelta [1] alla scelta [2]. Non si hanno ritorni indietro, verso strategie più elementari: la strategia [1a] viene abbandonata dopo la prima attività e nell'ultima attività tutti gli allievi si orientano verso la scelta di compensazione. Dalla tabella si possono inferire le difficoltà di alcuni allievi a distanziarsi dalle strategie iniziali (Ambra, Sergio) e, viceversa, il passaggio dopo la prima attività di confronto alla strategia di compensazione, per non abbandonarla più, da parte di altri allievi (Simone, ecc.).

Tuttavia è necessario chiedersi che cosa si perde rispetto al processo che è realmente avvenuto. Poiché non viene rappresentato lo sviluppo spontaneo delle strategie degli allievi, ma le modificazioni intervenute in seguito ad attività mirate a valorizzare la strategia di compensazione, dalla tabella non si hanno effettive informazioni sui processi di pensiero. Vengono cioè a mancare gli indizi circa il reale contenuto di questa modificazione: se c'è stato effettivamente uno sviluppo della zona di sviluppo potenziale degli allievi, di che natura sono state le difficoltà incontrate, che conseguenze (negative e positive) ha prodotto la mediazione dell'insegnante. Ciò che di fatto si perde è la natura dei processi di apprendimento intervenuti in rapporto alle scelte didattiche e metodologiche attuate: la tabella non mostra indici di rilevamento della complessità del processo intervenuto. Costituisce uno strumento che rischia di restare muto se non viene affiancato da un'analisi che si preoccupi di ricercare i significati dei processi inerenti il tempo intercorso fra la prima e l'ultima situazione didattica.

**Tabella n. 2 : Evoluzione delle strategie degli allievi
Attività di triangolazione in ordine temporale:**

1 - Portogallo 2 - Brasile 3 - Colombia 4 - Ungheria

MACRO - SCELTE						
	1a		1b		2	
soluzioni operative						
	A	B	C	D	E	F
Ambra	1			2 3		4
Steven				1 2		3
Simone			1		2 3 4	
Marco				2 3		4
Rosy	1		2		3	4
Sergio				1 2 3	4	
Mara				1 2		4
Katia				1		2 3 4
Vania				1		2 3 4
Stefano F.	1				2 3	4
Federico			2	1	3 4	
Giorgia				1	2 3	4
William				2	4	4
Vera					2 3	1 4
Mariella			1		2	3 4
Aurelio		1			2 4	
Lorena					1	4
Stefano S.		1	2			3 4
Andrea				1		2 3 4

Bibliografia

- AA.VV. *Bambini, Maestri, Realtà*, Rapporto Tecnico, DI.MA. Università di Genova
- Bartolini Bussi, M.; Boni, M.; Ferri, F.: 1995, *Interazione sociale e conoscenza a scuola:...*, Comune di Modena
- Boero, P. Scali, E.: 1996, *Il tempo (i tempi) nel lavoro mentale e alcune difficoltà in matematica*, Pitagora Ed.
- Duval, R.: 1988, *Ecarts sémantiques et cohérence mathématique...*, Irem de Strasbourg
- Duval, R.: 1998 *Argomentare, dimostrare, spiegare: continuità o rottura cognitiva ?* Pitagora Editrice

RAPPORTO TECNICO “BAMBINI MAESTRI REALTA” – CLASSE V – LINEE METODOLOGICHE

Mariotti, M.A.: 1992, *Immagini e concetti in geometria*, L'ins. della mat. e delle scienze integrate

Vergnaud, G.: 1990, *La théorie des champs conceptuels*, Recherches en Didactique des mathématiques

Vygotskij, L.S. e Lurija, A.: 1997, *Strumento e segno nello sviluppo del bambino*, Laterza

Vygotskij, L.S.: 1990, *Pensiero e linguaggio*, Laterza