

6. IL SEGNO GEOMETRICO

Problemi di mediazione dei segni geometrici nella scuola elementare: il caso del "triangolo delle ombre"

Ezio Scali, N.R.D. I.M.A. del C.N.R. - Genova

6.1 Motivazioni didattiche e culturali della ricerca

I bambini possiedono, sulle ombre e sul sole, una rete di concezioni personali e legate al senso comune, in cui sono presenti aspetti formali e informali, che rispondono in modo sufficientemente adeguato ai bisogni della vita quotidiana. Ciò pone il problema del tipo di relazione che si sviluppa, sull'argomento, fra l'apprendimento scolastico e le concezioni preesistenti. Spesso, infatti, l'apprendimento confligge duramente con alcune concezioni estremamente potenti (ad esempio, sole alto e/o forte ---> ombra lunga), e gli esiti di questo conflitto (il modello geometrico si sostituisce alle concezioni preesistenti? si giustappone? si affianca?...?) pongono interrogativi sul senso (culturale, pedagogico e cognitivo) di un lavoro didattico su tempi lunghi.

6.1.1 Il percorso didattico standard

Il "triangolo delle ombre" è l'elemento che definisce, in sintesi, la rappresentazione razionale (il "modello") del rapporto fra il sole e l'ombra. Nel "modello" viene assunta, come essenziale per il processo di razionalizzazione, la semiretta che, passando per l'estremità superiore dell'oggetto e raggiungendo l'estremità dell'ombra, rappresenta la direzione dei raggi solari e definisce l'ampiezza dell'altezza angolare del sole rispetto al piano orizzontale. Il percorso didattico standard previsto per costruire la padronanza del modello prevede uno sviluppo di attività che, dalla scoperta delle caratteristiche e della natura dell'ombra, giungono a considerarne i cambiamenti nella lunghezza e nella direzione nel corso della giornata. In seguito, in modo più accurato e preciso vengono rilevati i cambiamenti dell'ombra di un chiodo (utilizzato come gnomone) nel

corso dei mesi. L'introduzione del "triangolo delle ombre" avviene come astrazione dalle situazioni osservate e il suo riutilizzo segue un indirizzo prevalentemente applicativo, con lo scopo di rafforzare la padronanza del "modello".

6.1.2 Considerazioni critiche e problemi aperti

Le analisi condotte su esperienze realizzate in alcune classi (in particolare su consegne-limite che consentivano di prestare attenzione ad aspetti solitamente impliciti) hanno mostrato come il rapporto della razionalizzazione della relazione ombre-sole con le concezioni preesistenti fosse complesso e articolato e ciò faceva emergere considerazioni critiche sul percorso standard, riguardanti:

- a) Una maggior consapevolezza relativa alla natura del "modello" e ai problemi che pone nel passaggio dalla tridimensionalità dello spazio dell'esperienza alla bidimensionalità dello spazio grafico, nel rapporto fra macro e meso spazio delle relazioni nella realtà e micro spazio del foglio, nella assunzione del sole al finito, nell'ambiguità che si può verificare fra la componente concettuale e la componente figurale, in particolare per il prevalere inconsapevole dell'una o dell'altra in relazione a problemi interni alla rappresentazione del fenomeno (cfr. Mariotti, 1992; Scali, 1994). Il "triangolo delle ombre" incorre pertanto nei rischi segnalati da molti ricercatori per quanto riguarda il rapporto fra realtà e rappresentazione geometrica (Laborde, 1988; Parszys, 1991; Mariotti, 1992; Lanciano, 1990) e può essere assunto dal bambino come una interpretazione propria dell'apprendimento scolastico, che non interagisce con l'interpretazione di fenomeni vissuti, i quali restano sotto l'influenza di concezioni "locali", dotate di strumenti di interpretazione "affettivi" o legati al senso comune.
- b) Le modalità di introduzione del "segno". Nel percorso standard esso è stato introdotto prevalentemente come astrazione (dalle situazioni esperite nello spazio fisico o dall'osservazione di modellini tridimensionali). Questo pone il problema dell'interazione del modello con il sistema di concezioni del bambino e della natura

dei processi di adattamento e di assimilazione. In sostanza, si è avvertito il rischio che il "segno" agisse come la versione semplificata e rigida di un "modello" scientifico, e che ad un uso consapevole e flessibile del segno si sostituisse la tendenza a considerare il "segno" stesso come depositario di un "principio interpretativo". L'applicazione del "modello" ha riguardato problemi inerenti più il senso e la "sintassi" dello strumento che il rapporto con la realtà e questo ci sembra che abbia generato ulteriori difficoltà circa la possibilità per il bambino di gestirne consapevolmente la funzione mediatrice nel proprio ambiente mentale.

Le considerazioni critiche esposte rimandano a due punti cruciali del processo di insegnamento - apprendimento. Il primo, riguarda il problema di come valorizzare il ruolo mediatore del segno: la consapevolezza sulle funzioni (e sui limiti) del modello richiede che esso divenga uno strumento per il lavoro mentale, attraverso il quale sia possibile ipotizzare risposte a problemi di previsione o di interpretazione in situazioni reali, e consenta l'esplicitazione del conflitto cognitivo con i sistemi di interpretazione retti dalle concezioni personali. Il secondo, riguarda la scelta di una modalità di introduzione del "segno" (e di lavoro con il) che entri nel merito del superamento delle difficoltà segnalate. Nel percorso standard l'attività operativa con il "segno" risultava insufficiente, sia perchè esso, giudicato troppo complesso ed astratto, veniva introdotto nella fase conclusiva dell'itinerario didattico, sia perchè l'elaborazione di consegne adeguate richiedeva (a livello del gruppo di ricerca) adeguate ipotesi di lavoro che le sostenessero.

6.2 Le ipotesi di ricerca

L'analisi esposta suggerisce quindi che le modalità di approccio al segno possono condizionare la valenza cognitiva e culturale del lavoro nel campo di esperienza e le ricadute in campo geometrico. Considerare le possibili funzioni del segno mette infatti in evidenza sia le carenze nell'itinerario fin qui seguito, sia il limite di approcci ai

segni della geometria che prevedono itinerari didattici "interni" alla disciplina (in quanto essi non mettono in gioco le relazioni tra spazio e sua modellizzazione geometrica: cfr., pur nella diversità di approccio culturale e didattico, la tesi di Berthelot e Salin). Ciò conduce ad ipotizzare un approccio che miri a entrare nel merito della relazione fra la razionalizzazione delle ombre del sole e le concezioni che fanno riferimento ad istanze profonde, che non vengono tuttavia mai rimosse (vedi permanenza di visioni "tolemaiche" del sole compresenti, anche per gli adulti, con visioni "copernicane" del rapporto Sole-Terra).

L'ipotesi di ricerca si può articolare in due direzioni.

In primo luogo, si può ipotizzare che l'ambiente di rappresentazione, come luogo di interazione fra il pensiero e la realtà, contribuisca a esplicitare e a problematizzare le funzioni del segno, in un contesto in cui il suo significato è sottoposto a verifica e in stretta relazione con la costruzione dei concetti geometrici. La funzione di mediazione del segno può essere sollecitata quando il suo uso, in un percorso a lungo termine, viene connesso a ipotesi che sollecitano processi di pensiero dinamici relativi al fenomeno: ciò può consentire di valorizzare le potenzialità cognitive e culturali insite nel campo di esperienza e favorire l'interiorizzazione di un modello, inizialmente connesso a funzioni ipotetiche (interpretative e previsionali) e in seguito come quadro razionale delle relazioni fra il sole e le ombre.

In secondo luogo, si ipotizza che questa modalità di approccio e di lavoro con il segno consenta una più articolata padronanza di aspetti della geometria. Nel corso di comunicazioni svolte negli anni precedenti è stato mostrato come l'itinerario didattico seguito consentiva il raggiungimento della padronanza di abilità e concetti di base della geometria dapprima "in situazione" e successivamente come oggetto di riflessione e di estensione oltre l'ambito originario di applicazione (dialettica strumento-oggetto di R. Douady, estesa a "quadri" anche esterni alla matematica). L'ipotesi è che un lavoro approfondito ed accurato sul segno possa condurre all'ampliamento delle situazioni di riferimento per alcune di tali nozioni e alla loro appropriazione come categorie funzionali allo sviluppo di processi di

pensiero inerenti la razionalizzazione del fenomeno e che, a sua volta, il riconoscimento del senso rispetto alla situazione abbia delle ricadute sulla padronanza dei concetti geometrici. Si può prendere come esempio il concetto di angolo, che trova ambiti significativi di investimento nella constatazione della rotazione delle ombre sul piano orizzontale della tavoletta e nella determinazione dell'"altezza" del sole, in cui è necessario gestire il conflitto con l'idea di "altezza" legata alle misure di lunghezza e con la difficoltà di pensare l'angolo sul piano verticale; ma la razionalizzazione delle ombre ha un effetto di ritorno sulla padronanza del concetto di angolo, consentendo di comprendere, ad esempio, l'invarianza dell'ampiezza in relazione al variare della lunghezza delle ombre.

6.3 Fasi iniziali della ricerca

La ricerca sull'approccio al ruolo di mediazione del "segno" si inserisce in un quadro teorico più generale circa il ruolo dei mediatori linguistici e simbolici nella costruzione della conoscenza e nell'accesso a livelli superiori di interpretazione dei fenomeni e di consapevolezza del pensiero soggiacente.

6.3.1 Il "segno"...



Nel corso dell'esposizione intenderò con "segno" una componente grafica della rappresentazione esterna di situazioni osservate o ipotizzate nel campo di esperienza delle ombre del sole, finalizzata ad evidenziare l'esistenza di una relazione (generale, in quanto denotazione di un oggetto di studio; con specifiche connotazioni, in relazione alla particolare situazione analizzata) non generica e non ambigua fra il sole, gli oggetti e le loro ombre. Il segno è legato ad esperienze fisiche (ad esempio, al gesto di indicare il sole), ma è portatore anche di un aspetto di generalizzazione, poichè opera

(ma è anche, dialetticamente, il frutto di) una selezione fra elementi (pertinenti e non) in relazione ad uno scopo (interpretativo dei rapporti sole/ombre e previsionale rispetto al loro andamento nel tempo). L'introduzione del segno richiede la negoziazione, nel senso che il segno non è visibile nell'osservazione, e l'assunzione della convenzione per cui il raggio di sole è rappresentabile con una linea retta. L'esame sintetico di una situazione didattica che si colloca nella fase iniziale del lavoro sul segno, può chiarire alcune delle questioni a cui si è accennato.

* **SITUAZIONE 1** (novembre, classe quarta)

Attraverso la discussione sulle ipotesi individuali prodotte, la classe era giunta a spiegare con il parallelismo dei raggi solari perchè l'ombra si sposta con la persona. Dovendo successivamente prevedere che cosa si sarebbe visto sul fondo di uno scatolone (esposto al sole in modo tale che la luce potesse entrare nei fori posti sulla parete laterale, adiacenti al piano di fondo), i bambini hanno formulato ipotesi previsionali molto diverse, in cui era evidente il ruolo delle concezioni sulla luce del sole:

"La strisciolina di luce penso che non arriverà fino all'altra parete laterale dentro allo scatolone perchè il buco dove passa il raggio è piccolo e attraverso il buco non può passare molta luce"

"Le striscioline di luce che vedremo saranno parallele, però un po' della luce che passa dai fori andrà a finire un po' in tutto lo scatolone"

"Dentro allo scatolone si vedranno dei raggi. Questi raggi saranno messi dove capita"

"Io penso di vedere dentro lo scatolone che il sole passerà dentro ai buchi e quando il sole entrerà si allargherà perchè entrando nei buchi non ha la possibilità di allargarsi perchè i buchi sono piccoli, invece quando entra può allargarsi"

Dopo l'esperienza è stato richiesto di spiegare cosa si era visto:

"Quando la luce passa attraverso i buchi non passa per lungo e poi si raddrizza, ma rimane obliqua"

"I raggi sono obliqui perchè il sole era in alto a destra. Per esempio, se tu sei al sole , ti arriverà il sole in una parte della faccia e se segui la luce del sole vedrai che la tua mano farà un percorso obliquo. E' anche giusto dire che sono paralleli, perchè i raggi, dipendentemente da dove è il sole, cambiano direzione e vanno però nella stessa direzione"

L'esperienza effettuata costituisce un modello visivo forte e significativo, come dimostrano i resoconti riportati, ma, in sè, non è ancora sufficiente a forzare i bambini a un suo riutilizzo flessibile e critico in termini di "segno". Prevale il carattere statico del fenomeno osservato: ciò che esso ha "mostrato" dovrà essere oggetto di rielaborazione "in situazione", mediata dalla rappresentazione.

6.3.2 ... e le sue funzioni

E' necessario cercare di chiarire meglio le modalità di appropriazione del segno e le funzioni che assume nel corso delle attività proposte agli alunni, in quanto esso cambia statuto con il tempo.

a) Inizialmente può essere prodotto dai bambini come espressione della presenza dell'ombra "nell'aria" a lato dell'oggetto, dalla parte opposta del sole, e come tale ha legami con l'esperienza (tridimensionalità dell'ombra e sue sezioni). Il segno in questi elaborati ha una funzione essenzialmente descrittiva. Questo livello descrittivo consente all'allievo di andare oltre la trasposizione grafica di ciò che vede, inducendo un "senso" nuovo per la rappresentazione, come opportunità per evidenziare ciò che si è imparato e consentendo un salto rispetto alla rappresentazione di come il bambino pensa che sia l'ombra, (ombra come "doppio", come "riflesso", come effetto della forza del sole, ecc.).

Si possono tuttavia evidenziare i limiti di questa appropriazione del segno. Prevalendo l'aspetto descrittivo, il segno ha un carattere essenzialmente statico e, come tale, non ha ancora delle connessioni forti e profonde con un processo di pensiero orientato verso un suo uso consapevole. Manca infatti il rapporto con il sole, la cui

collocazione è opposta, in modo generico, all'ombra. In tal modo, il segno rischia di essere legato a "modelli di situazioni" statiche, in cui l'oggetto è sempre disegnato visto di fronte e l'ombra è sempre posta di lato, ed è possibile che si produca un conflitto, difficile da recuperare, fra esperienza (in cui l'osservazione di situazioni analoghe non è frequente) e apprendimento. Ciò fa emergere un rilievo critico circa la linea educativa e culturale seguita finora

b) La valorizzazione di situazioni didattiche che rompono lo stereotipo "descrittivo", è importante per proiettare l'attenzione del bambino verso ulteriori questioni. Ad esempio, nel disegno dal vero di una sedia posta al sole in cortile, le constatazioni che l'ombra del sedile non è attaccata all'oggetto che la produce e che le forme dell'oggetto subiscono deformazioni nell'ombra (ad es., il piano di "forma quadrata"; lo schienale di cui può risultare solo lo spessore, ecc) generano ipotesi feconde sulla natura dell'ombra e sulle sue relazioni "geometriche" con il sole. Ciò induce l'appropriazione del segno non solo come elemento descrittivo, ma anche come elemento funzionale al processo di previsione e di interpretazione della rappresentazione di una situazione esperita.

Il limite di questa funzione del segno, tuttavia, è che la sua appropriazione può riguardare una relazione vista come statica e senza investire in modo profondo il rapporto fra le concezioni e la razionalizzazione. Essendo molto legata alla determinazione dell'ombra, essa non mette in gioco l'approccio dinamico al fenomeno (e la sua invarianza nel tempo).

c) L'approccio ad un'appropriazione del segno che vada oltre i limiti indicati richiede consegne per le quali sia necessario procedere per ipotesi e venga valorizzata la mediazione del segno nel rendere possibili le operazioni mentali necessarie alla produzione dell'ipotesi, prestando attenzione al rapporto dialettico fra l'accostamento individuale, la discussione di confronto e la verifica. In questo livello di appropriazione, il segno diviene espressione non solo dell'ombra "nell'aria", ma anche mediatore delle relazioni più generali fra il sole e le ombre. Questo induce un nuovo livello

di conflitto con le concezioni personali sul sole e sui suoi rapporti con il mondo dell'esperienza. Le attività mirate ad una appropriazione del segno funzionale alla previsione e alla spiegazione entrano nel merito di questo conflitto, forzando la coordinazione di punti di vista diversi. La prevalenza di volta in volta della componente figurale o di quella concettuale produce un conflitto acuto: compito dell'insegnamento è di renderlo esplicito e consapevole. In particolare è il rapporto con la rappresentazione bidimensionale che agisce da fulcro del conflitto: il bambino generalmente assegna alla rappresentazione un ruolo che va oltre il segno grafico prodotto giacché deve far convivere nel disegno le componenti concettuali (ciò che sa o che ha imparato) e le componenti figurali (ciò che sa deve risultare evidente dall'immagine che egli fornisce). Il conflitto con le "regole" e le convenzioni della rappresentazione bidimensionale di situazioni spaziali obbliga a scelte inizialmente vissute come "aggiustamenti" dolorosi.

Esaminiamo una situazione didattica che chiarisce come l'esame dei ragionamenti che gli allievi producono, in una fase intermedia del processo di razionalizzazione, sia complessa. L'analisi mostra però anche le potenzialità che l'insegnante può cogliere sul versante della razionalizzazione del fenomeno e su quello della costruzione dei concetti geometrici.

* **SITUAZIONE 2** (gennaio, classe quarta)

Il chiodo che abbiamo usato per rilevare le ombre misura 6,5 cm e alle ore 12 ha prodotto un'ombra lunga 15,7 cm. Se noi avessimo usato un chiodo di 4 cm, potremmo prevedere la lunghezza della sua ombra alle ore 12 ?

Vania: *"La misura del chiodo grande è 6,5 cm, si potrebbe ripetere la misura del chiodo piccolo (4 cm) per due volte e si arriva a 8 cm, io faccio finta che il chiodo grande sia lungo 8 cm, ho aumentato la misura del chiodo di 1,5 cm,*

quindi anche la misura dell'ombra la dovrò aumentare di 1,5 cm, però non sono sicura che se aggiungo 1,5 cm al chiodo, quel 1,5 cm vale anche per l'ombra. Se andasse bene calcolerei la metà della misura dell'ombra che poi sarà la misura dell'ombra del chiodo piccolo.

$$15,7 + 1,5 = 17,2$$

$$17,2 : 2 = 8,6$$

L'ombra del chiodo piccolo è di 8,6 cm."

Katia: "Per scoprire come potremmo fare per vedere quanto è lunga l'ombra ho disegnato due raggi di sole paralleli. Se noi andremo a misurare l'ombra di un altro chiodo noi andremo alla stessa ora che siamo andati a misurare l'ombra del chiodo più lungo, quindi il sole sarà nello stesso posto e allora i raggi saranno paralleli".

Il protocollo di Vania è esemplificativo del ricorso al modello additivo in problemi di proporzionalità geometrica. Senza addentrarci in un tema su cui sono state prodotte già ampie ricerche, ci interessa mettere in evidenza come il modello additivo, nel caso specifico, sia rispondente, forse, ad una concezione dell'ombra come "doppio", come "riflesso" che segue l'oggetto che la produce. Vania si pone in un atteggiamento dubitativo ("...però non sono sicura...") e ciò segnala la complessità del processo che porta al superamento del conflitto fra quadri diversi. L'intuizione dell'esistenza della proporzionalità fra le misure delle ombre e dei chiodi, non evocando un quadro diverso da quello aritmetico, non è sufficiente a Vania per modificare un modello di portata generale come quello additivo e quindi di superare la considerazione dell'ombra in un quadro aritmetico dei rapporti spaziali. Il protocollo di Katia si colloca all'interno di un quadro geometrico: è interessante cogliere come la bambina ricostruisca in una cornice temporale gli elementi della situazione reale e come il segno sia mediatore dell'equilibrio fra gli aspetti figurali e concettuali ("raggi paralleli"... "alla stessa ora"... "sole nello stesso posto").

Ai fini della ricerca risultano di maggior interesse quei protocolli dove si può ipotizzare un processo di pensiero più articolato. Ad esempio,

Lorena scrive: "Secondo me se l'ombra del chiodo lungo 6,5 cm è lunga 15,7 cm, tra un chiodo e l'altro ci sono 2,5 cm di differenza, se io tolgo i 2,5 cm dall'ombra del chiodo lungo 6,5 cm trovo l'ombra del chiodo di 4 cm: 13,2 cm."

Lorena utilizza il disegno per illustrare quanto ha scritto. Ma successivamente afferma:

"Ho visto che facendo così il raggio non era nella stessa direzione dell'altro"

Lorena manifesta il conflitto fra "quadri" diversi e torna nuovamente al disegno:

"Io ho cercato la lunghezza dell'ombra basandomi sull'altezza del sole. Ho cercato di mettere il chiodo più piccolo vicino al chiodo più grande per vedere bene se i due raggi erano paralleli".

Lorena deve agire sulla rappresentazione di una situazione che si presenta statica, con operazioni mentali di tipo dinamico (avvicinamento dei chiodi) e ciò le consente di gestire la transizione ad un quadro geometrico dei rapporti spaziali. Il segno diventa evocatore di un modello dei rapporti spaziali, dove i due raggi "devono" essere paralleli, per essere coerente con ciò che la bambina sa. Il protocollo di **Vera** mette in luce un ulteriore aspetto:

"... se il chiodo più piccolo è più piccolo dell'altro anche l'ombra sarà più piccola di 2 cm e mezzo quindi l'ombra del chiodo piccolo sarà lunga 13,2 cm. Secondo me il raggio sarà più inclinato dell'altro" Ins.: Perché?

"Perché il raggio inclinato scende per toccare il chiodo più piccolo"

Ins.: Sì, ma perché è più inclinato? Non potrebbero avere la stessa inclinazione?

"Perché il chiodo è più piccolo. Non potrebbe avere la stessa inclinazione, il primo chiodo è più grande, il secondo è più piccolo, se è più piccolo avrà l'inclinazione più bassa se il chiodo è più alto avrà l'inclinazione più alta"

Ins.: Ti ricordi l'esperienza dello scatolone forato?

L'insegnante esercita uno spostamento del quadro in cui inserire la situazione in esame con lo scopo di esplorare la zona di sviluppo prossimale della bambina: riuscirà a coordinare quel quadro di riferimento con questa situazione, in cui una forte concezione ha già consentito una interpretazione?

"Lo scatolone forato ci ha fatto capire che il sole è nella stessa posizione e i raggi sono paralleli"

Ins.: Questo ti è utile oggi?

"Sì perché il sole era nella stessa posizione".

L'alunna ritorna alla rappresentazione e disegna un secondo raggio per il chiodo piccolo:

"Io dovevo fare i due raggi paralleli e ho misurato dal raggio 1 del chiodo grande una distanza sempre uguale e allora ho creato il raggio 2"

La mediazione del segno operata dall'insegnante ha evocato un modello ancora in via di costruzione, ma di difficile trasposizione anche per il suo carattere statico (rappresentato, nel caso specifico, dal fatto che l'esperienza dello scatolone forato favorisce uno squilibrio verso l'aspetto figurale del concetto, in termini di immagine mentale statica di difficile rielaborazione in situazioni dinamiche). Vera ha dovuto assumere la rappresentazione come l'ambito nel quale poter "creare" il raggio, rovesciando il rapporto precedentemente stabilito fra il disegno e la concezione.

Gli ultimi protocolli esaminati denotano una crisi del riferimento al quadro aritmetico, ma nel contempo esprimono la difficoltà ad abbandonarlo. L'appropriazione del segno con funzioni via via più complesse non è un processo lineare. Nello stesso protocollo risultano compresenti più "sensi" del segno: occorre quindi prestare attenzione

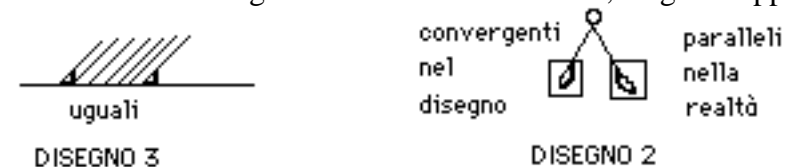
a come e a che cosa consente al bambino di gestire il passaggio a "quadri" diversi. Negli esempi riportati il quadro geometrico nasce come luogo di produzione di "teoremi in atto" in seguito all'evocazione del modello e ad un delicato processo di pensiero finalizzato ad accordare ciò che si ipotizza con ciò che si sa.

6.4 Ricadute in campo geometrico

Uno degli aspetti che motiva la valorizzazione della funzione di mediazione del segno nelle consegne che richiedono un ragionamento ipotetico (per prevedere o per interpretare) è la ricaduta sull'apprendimento dei concetti geometrici. Essendo la ricerca ancora in corso, non presenterò risultati di apprendimento tratti da verifiche sommative, tuttavia le verifiche "in itinere" sembrano indicare come la metodologia sperimentale seguita, consentendo agli allievi di costruire i concetti geometrici in sinergia con il processo di strutturazione del modello geometrico-astronomico delle ombre del sole, abbia effetti di maggiore consapevolezza circa la padronanza dei concetti stessi.

Per precisare meglio questo aspetto prenderò in esame brevemente il concetto di parallelismo. Da esperienze che mostrano l'esistenza del parallelismo dei raggi solari (lo "scatolone forato") e delle ombre ad una certa ora (rilevazione contemporanea di più ombre), il bambino trae inizialmente un'idea statica e contestualizzata del concetto. La necessità di rappresentare situazioni dinamiche (dove il pensiero deve tener conto di ciò che avviene contemporaneamente in dislocazioni diverse) induce il conflitto cognitivo, facendo emergere il problema della rappresentazione prospettica delle linee parallele. L'esplicitazione del conflitto fra ciò che si sa (le rette parallele che vanno nella stessa direzione) e ciò che si vede (le ombre lunghe che si vedono convergere verso un punto) mette in gioco il suo riutilizzo nelle attività di previsione e di interpretazione e consente lo sblocco della contraddizione fra lo "spazio della realtà" in cui il sole produce raggi paralleli e lo "spazio della rappresentazione" con il sole al finito che determina raggi divergenti, attraverso l'assunzione della

lontananza del sole e della distinzione tra "realtà" e "visione" come categorie che permettono di coordinare punti di vista diversi. Attraverso un lavoro prolungato, a livelli sempre più articolati di interpretazione, in cui il concetto di parallelismo diviene una delle chiavi culturali e cognitive per la comprensione dei fenomeni studiati, gli alunni sembrano pervenire a livelli di padronanza via via più matura del concetto stesso. A titolo di esempio, si riproducono alcuni interventi tratti da una discussione di confronto su rappresentazioni prodotte dagli allievi a proposito del problema se l'ombra del chiodo, rilevata in due luoghi diversi ma alla stessa ora, è uguale oppure no.



"La cosa migliore sarebbe di non disegnare il sole così uno si immagina dov'è il sole...Perchè se uno disegna il sole poi deve fare i raggi che vanno nel sole... non sono più paralleli..."

"Io dal disegno 2 capisco la differenza che c'è fra il punto di vista del sole e quello della realtà perchè vicino al sole si vedono due raggi più vicini e allora quei due raggi sono gli stessi che vanno a finire sia in cortile che nella rotonda... sembrano distanti... ma è il sole che è lontano"

"Se noi disegnassimo il disegno 3 insieme a quello 2 si capisce bene quello che rappresentano tutti e due, perchè nel disegno 3 abbiamo i raggi paralleli e allora vediamo che le ombre saranno uguali, invece col disegno 2 capiamo al posto di immaginarlo che è la convergenza che ci fa vedere così i raggi del sole e la lontananza del sole è la realtà..."

"... Il sole si vede in lontananza allora si capisce che quei raggi paralleli sono tutti dello stesso sole..."

Quanto fin qui detto pone il problema di un approfondimento teorico sui quadri geometrici di riferimento, poichè il quadro euclideo sembra insufficiente per rendere conto dei problemi che si affacciano nell'analisi dei processi di pensiero degli alunni, circa il processo di costruzione dei concetti geometrici (vedi confronto tra parallelismo delle ombre e loro convergenza "all'infinito" a seconda dei punti di vista, vedi quindi concetto di "direzione" come "proprietà comune a un fascio di rette parallele" e come "punto all'infinito"). La questione solleva anche il problema del ruolo di mediazione (cognitiva, semiotica e culturale) dell'insegnante e in questo senso ha sollecitato e avviato un dibattito interno al gruppo (vedi intervento di P. Boero).

6.5 Conclusioni

Nelle ipotesi presentate, un problema didattico, a cui si deve dare una risposta, è come attuare il processo di arricchimento consapevole di "sensi" del segno. Le situazioni didattiche che sono state individuate come più adatte allo scopo sono quelle in cui il segno riveste una funzione di mediazione connessa alla previsione di ciò che succederà e alla spiegazione di ciò che è successo. La dialettica fra queste due richieste e fra i momenti di lavoro individuale e la discussione di confronto sembra generare la sensibilizzazione al significato del segno e l'integrazione di questo nei processi di pensiero prodotti dai bambini. Restano tuttavia aperte delle questioni importanti (ad esempio: come effettuare la transizione al sapere teorico, inteso come sapere organizzato che procede dalle "parole" ai giudizi e alle previsioni sui "fatti" (Vygotskij) attraverso l'argomentazione strutturata logicamente? e all'interno di quale quadro teorico?), su cui è necessario approfondire la riflessione.