

7. APPROCCIO ALLA RIDUZIONE IN SCALA E ALL'ANGOLO

N.R.D. GENOVA: Ezio Scali, Circolo Didattico di Piossasco, TO)

L'esperienza (anno scolastico 1991/92) concerne l'approccio alla riduzione in scala di figure bidimensionali come trasformazione che conserva gli angoli e i rapporti tra le lunghezze, e i collegamenti con la costruzione dei significati dell'angolo.

7.1 L'itinerario

L'itinerario seguito si può così schematizzare:

- copia del ventaglio delle ombre registrate in cortile (in modo da avere un ventaglio per ogni bambino): il problema del riporto degli angoli viene risolto dalla maggior parte dei bambini con il righello (solo uno propone di usare i coni di carta): la successiva discussione estende nella classe l'uso di termini come "larghezza" (o "distanza") tra le ombre e fa conoscere la strategia basata sull'uso dei "coni di carta";
- riporto del ventaglio sul quadernone (decidendo di dimezzarlo "per farcelo stare bene"): il problema del riporto degli angoli viene risolto da tutti i bambini, tranne uno, con i "coni di carta"; tale strumento diventa "depostario del sapere", e quasi nessun bambino è sfiorato dal dubbio che anche gli angoli tra le ombre possano ridursi....; inizio di disagi per l'uso dei termini "distanza" e "larghezza" tra le ombre;
- discussione della strategia di un bambino, Andrea, che ha dimezzato anche gli angoli (dopo il confronto con il ventaglio così ottenuto): il rifiuto di questa strategia fa riferimento al disturbo percettivo (cambiamento di forma), o alla riduzione di certe lunghezze quattro volte (e non due), o all'andameno delle ombre... ma due bambini sostengono che anche Andrea potrebbe aver ragione, dipende dalle regole che si è dato...;
- analisi delle trasformazioni geometriche realizzate dal sole, e individuazione-attraverso la discussione- del carattere convenzionale

delle regole di riduzione in scala, giustificate dall'utilità (piante di appartamenti, cartine geografiche...);

- approccio all'angolo come "invariante di rotazione" del fascio delle ombre proiettate da oggetti paralleli verticali, superamento (con la parola-concetto "angolo") delle difficoltà, ormai divenute insostenibili, legate all'uso dei termini "larghezza" e "distanza" tra le ombre.

7.2 Le ipotesi di approfondimento

Le ipotesi che saranno nel seguito oggetto di approfondimento riguardano:

A) il ruolo del "campo di esperienza" delle ombre del sole come:

- * supporto familiare ai bambini per la formulazione di ipotesi e la concettualizzazione

- * riferimento di significato per quanto riguarda l'interpretazione della figura da riprodurre (ventaglio delle ombre)

- * "gestore" di trasformazioni geometriche particolari che consentono (per contrasto) di evidenziare le convenzioni scelte per la riduzione in scala

- * riferimento comune per la discussione in classe

B) il ruolo della formulazione e della gestione di ipotesi come motore del processo di costruzione del concetto di "riduzione in scala"

C) il ruolo della discussione in classe, guidata dall'insegnante, come strumento che sfrutta le potenzialità del "campo di esperienza" delle "ombre del sole" e consente agli allievi di elevare progressivamente il livello dell'argomentazione dalla "constatazione di disturbi percettivi" o di "scelte naturali" alla discussione delle convenzioni che si adottano nella riduzione in scala e delle ragioni di utilità che stanno dietro a tali convenzioni, fino all'individuazione condivisa e al superamento delle insufficienze dell'uso di termini del linguaggio comune come "larghezza" e "distanza" tra le ombre.

7.3 Prima tappa

Riproduzione sul quaderno del ventaglio di ombre di un chiodo rilevato su un cartellone, ad intervalli di un'ora. La motivazione didattica era di avviare i bambini ad assumere la consapevolezza che esisteva un ostacolo: il riporto di una dimensione angolare.

Il tentativo di superare l'ostacolo ha generato una certa varietà di strategie a partire dall'uso del righello (non sollecitato o menzionato

dall'insegnante). Il righello sembrava l'unico strumento che i bambini conoscessero come indispensabile e il suo uso veniva associato (cfr. ricerche di Piaget):

- alla conservazione dell'inclinazione dell'intero ventaglio (attraverso la misura di un "sistema di coordinate" che permetta di disegnare la prima ombra del ventaglio con l'inclinazione corretta);

- alla conservazione della dimensione angolare compresa fra due ombre (prevalentemente "calcolate" come conservazione della distanza fra le estremità delle due ombre).

Un solo bambino - di livello basso - per eseguire il riporto del ventaglio non ha usato il righello, ma il ripiegamento di un foglio di carta, in modo che combaciasse con l'angolo formato da due ombre consecutive.

Non disponendo di un lessico appropriato, i bambini, nella verbalizzazione individuale, hanno usato generalmente termini come "lunghezza" o "distanza" fra le ombre per riferirsi all'ampiezza angolare.

In questa prima fase, a partire dalle precedenti scelte, i bambini hanno iniziato a scontrarsi direttamente con il problema della conservazione dell'ampiezza di un angolo come conservazione dei rapporti (ad esempio il riporto della distanza fra le estremità delle ombre non garantisce che essa combaci con la misura dell'ombra successiva).

Il successivo momento di confronto di strategie metteva in luce le difficoltà insite nell'uso del righello e faceva emergere la potenzialità dell'uso della carta ripiegata (il "cono"), perché era uno strumento che consentiva di "portar via" lo spazio di distanza fra le ombre. Nella discussione i bambini non coglievano, tuttavia, il fatto che il "cono" riportava distanze "diverse" fra le ombre: non sembrava cioè affiorare la consapevolezza che - a differenza del righello - la carta con cui si tracciano l'angolo dà la possibilità al bambino di considerarne l'invarianza.

7.4 Seconda tappa

A distanza di circa un mese, viene data ai bambini la consegna di riprodurre sul quaderno il ventaglio delle ombre del chiodo rilevato a gennaio. La consegna ha come obiettivo l'evoluzione delle strategie elaborate dai bambini la volta precedente e la verifica dell'interiorizzazione della discussione effettuata nel momento del confronto di strategie. Viene pertanto aggiunto un vincolo che rende (ad una analisi a priori) non automatico l'uso della strategia "vincente": il ventaglio, per poter essere riportato sul quaderno, deve essere ridotto della metà (i bambini hanno - fin dalla seconda classe - esperienze di riproduzione e riporto di misure lineari reali).

La situazione si capovolge rispetto alla consegna precedente: tutti i bambini, tranne uno, usano il "modo di Alessio", ripiegando un foglio di carta o tracopiando su di esso l'angolo. Un solo bambino usa il righello, accoppiandolo con una squadretta per poter gestire il rapporto fra la distanza delle estremità delle ombre e la lunghezza dell'ombra successiva.

La riflessione sugli elaborati dei bambini fa emergere alcuni problemi:

1° PROBLEMA: il riporto della dimensione angolare avviene correttamente (nessuno la dimezza), ma solo una minoranza di bambini lascia trasparire dalle tracce verbali scritte di essere stata sfiorata dal sospetto che l'ampiezza dell'angolo possa (o debba) essere ridotta alla metà.

Sembra che lo strumento usato (il "cono") diventi il "depositario del sapere": i bambini sono preoccupati di ridurre le misure delle ombre e, avendo uno strumento che consente di non dover pensare alle distanze fra le ombre, non si pongono consapevolmente il problema della loro riduzione.

Fra i bambini che si pongono coscientemente il problema se ridurre o meno l'angolo si possono osservare comportamenti e livelli di natura diversa. In alcuni casi sembrano le condizioni generali riguardanti lo spazio a disposizione a dettare la scelta di non ridurre l'angolo:

"Non ho rimpicciolito le distanze fra le ombre, ma le ombre, perchè le distanze ci stanno e le ombre no, nel quadernone" (Alessio)

In altri casi l'angolo fra le ombre viene avvertito come problema, ma non sembra poi esserci una reale presa di coscienza di essere di fronte ad un problema di scelte. L'angolo viene avvertito come ostacolo nella procedura e la risoluzione del problema demandata allo strumento "cono":

"Ho disegnato l'ombra delle 10, con la misura rimpicciolita. Dopo però, mi sono trovata un problema davanti: il problema della larghezza. allora dal ventaglio vero ho tracopiato le prime due ombre e le ho unite. Dopo averle ritagliate mi è venuto fuori il cono che alessio aveva usato per fare il ventaglio di novembre" (Sabrina)

Se da questi esempi l'affiorare del problema dell'angolo sembra intrecciato alle condizioni reali di lavoro sulla rappresentazione del ventaglio (condizione dello "spazio" a disposizione, condizione dello strumento) e si pone solo superficialmente come "problema", nei due successivi protocolli ci pare di rintracciare segni di riflessione metacognitiva. In altre parole, sembra che il problema sia "autoposto", sotto sollecitazioni diverse della situazione presa in esame.

Un bambino sembra ragionare sull'oggetto geometrico (il ventaglio) producendo una catena deduttiva che gli consente di approdare alla conclusione che deve dimezzare anche la distanza fra le estremità delle ombre:

"Io ho pensato di dimezzare la distanza fra le due ombre perchè se le ombre erano più piccole erano come il pezzo più stretto fra le due ombre, allora se erano come il pezzo

più stretto dovevo ridurre le misure e visto che c'era la regola di dimezzare le misure ho dimezzato anche la distanza fra la fine di un'ombra e la fine dell'altra. Se riducevo la distanza in modo diverso da come avevo ridotto le ombre, non veniva un disegno in scala e veniva sproporzionato" (Fabio)

Un bambino si pone il problema della riduzione dell'ampiezza angolare confrontandosi con il fenomeno reale (le ombre prodotte dal sole).

" ... uno dei pensieri che mi hanno imbrogliata è questo: "secondo me, dobbiamo rimpicciolire anche la larghezza senò non rimpiccioliremmo tutto (completamente) il ventaglio ... ma seguendo questo ragionamento è come se avessimo prelevato l'ombra alle 10, 10e30, 11, 11e30, ecc." (Sara P.)

In questo caso emerge piuttosto chiaramente la distinzione fra fenomeno e sua rappresentazione e il campo semantico delle "ombre del sole" sembra avere una funzione decisiva nella scelta. I vincoli interni del campo di esperienza, interiorizzati dalla bambina, "interferiscono" con la sua scelta in campo "geometrico". Sono rintracciabili qui i segni dell'intreccio fra l'acquisizione dell'aspetto dinamico dell'angolo (prodotto dall'osservazione e dalla riflessione sulla rotazione delle ombre durante la giornata) e la sua rappresentazione statica (l'ombra riprodotta sul foglio). La "ricostruzione" mentale dell'angolo statico richiede la considerazione degli elementi propri del campo semantico, di come avviene realmente il variare di un'ombra durante la giornata. Il cambiamento della direzione nel "tempo" viene assunto come invariante che giustifica la scelta di non ridurre l'angolo a metà.

Anche in questo caso sembra delinearsi un procedere del ragionamento per linee interne, anche se di natura differente rispetto all'esempio precedente.

2° PROBLEMA: Aumenta la diffusione, nelle verbalizzazioni scritte, dell'uso dei termini "larghezza" e "distanza" fra le ombre. Nessun bambino usa il termine "angolo".

Nei livelli medio bassi della classe in modo particolare, l'uso di queste parole sembra denotare una certezza: il "cono" serve a trasferire una "distanza" vista come indifferenziata.

Ad esempio: "Poi ho fatto un cono di carta uguale alla distanza di un'ombra e l'altra"

Presso altri bambini l'uso degli stessi termini lascia trasparire l'intralcio che essi creano, appena viene avvertita l'esigenza di precisione nel rendiconto del ragionamento effettuato.

Ad esempio: "Ho messo una punta del foglio sul posto dove era stato il chiodo in modo che uno dei due bordi fosse attaccato all'ombra delle 10. Dopo ho tracciato una riga dove si vedeva l'ombra delle 14. Ho tracciato anche una riga che univa i due punti superiori alle due ombre... Quel cono era, ed è, la rappresentazione della larghezza del ventaglio dell'8 gennaio"

3° PROBLEMA: Iniziano ad affiorare le prime considerazioni sugli invarianti legati alla conservazione della forma e/o dei rapporti.

In alcuni bambini sembra profilarsi un atteggiamento che caratterizza il ventaglio delle ombre non solo come oggetto sul quale attivarsi per eseguire la consegna data, ma anche come oggetto di riflessione, che produce linee interne di ragionamento.

Si tratta di ragionamenti indicano come il ventaglio possa assumere a sua volta funzioni di "campo semantico" (questa considerazione verrà ripresa in seguito).

7.5 Terza tappa

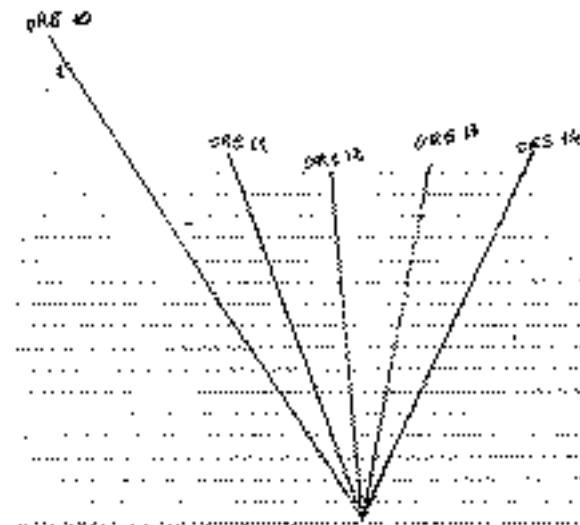
Di fronte a una varietà di atteggiamenti, di strategie e di livelli di consapevolezza del problema affrontato (come emerge dagli esempi prodotti), pur nella uniformità dei risultati ottenuti, la scelta didattica è stata di avviare un confronto con una strategia diversa non prodotta dalla classe. Tale scelta rinvia al ruolo dell'insegnante come mediatore sociale e culturale: i vincoli interni propri del campo semantico che i bambini stanno esplorando, possono costituire un riferimento per la costruzione e la progressiva interiorizzazione dei concetti presi in esame. Tutti i bambini hanno prodotto una strategia, ma la consapevolezza dei "nodi" sottostanti può emergere solo in una fase di rottura dell'uniformità, in cui si prende coscienza della possibilità di altre soluzioni o di altre convenzioni.

Ai bambini è stata data la risoluzione di un problema avente caratteristiche analoghe prodotta da un bambino di un'altra classe.

Andrea, un bambino di un'altra classe IV, ha risolto un problema simile al nostro in questo modo:

"Io prima riduco la lunghezza della prima ombra e la disegno. Poi dimezzo la larghezza fra la prima e la seconda ombra. Dopo disegno la seconda ombra, sempre ridotta a metà. Poi riduco a metà l'angolo fra la seconda e la terza ombra, e faccio la terza ombra (rimpicciolita della metà). Vado avanti così fino alla fine del ventaglio ..."

La "regola" di riduzione seguita dall'ipotetico bambino prevedeva di ridurre a metà l'ampiezza di ciascun angolo. Ogni bambino ha provveduto in un primo tempo alla costruzione del ventaglio secondo le regole di Andrea e successivamente all'individuazione delle differenze fra il ventaglio così ottenuto e quello prodotto precedentemente in classe. Infine è stata posta la questione se Andrea avesse sbagliato nelle sue scelte di ragionamento.



Mentre la richiesta di esplicitare le differenze produce una sostanziale uniformità di risposte basate prevalentemente su dati percettivi ("Il ventaglio di Andrea è troppo stretto") le risposte alla domanda successiva denotano una varietà di opinioni.

I bambini sono costretti a confrontare i due ventagli non più sui dati percettivi evidenti, ma secondo la giustificazione e la validità delle "regole" interne a ciascuna strategia.

In una situazione didattica in cui si configura una forma di "interazione" forzata (espressa attraverso il codice della lingua scritta) si rende necessaria la produzione di ipotesi di tiro giustificativo che consentono da un lato di "ribattere" ad una scelta strategica formulata da un interlocutore (non presente) e dall'altro di fondare la propria scelta. Una scelta di questo tipo va nella direzione di "forzare" un livello di risposta che non è spontaneamente presente nei livelli medio-bassi della classe.

Le ipotesi prodotte mettono in evidenza l'emergere di invarianti come la conservazione della forma e la conservazione dei rapporti.

7.5.1 Conservazione della forma

Si configura spesso come un livello ancora globale di analisi, ricollegabile alla presa in esame di aspetti fattuali o di disturbo percettivo ed è prevalentemente collegata alla non riconoscibilità dell'oggetto reale a cui si riferisce la rappresentazione ridotta in scala. Generalmente i bambini che prendono a "giustificazione" la conservazione della forma non esplorano le regole interne delle due strategie mettendole a confronto: l'analisi viene condotta prevalentemente per contrasto (la regola aggiunta da Andrea mette in crisi l'evidenza percettiva legata alla forma, per cui la regola di Andrea è sbagliata). Tale giustificazione viene - in larga parte - prodotta da bambini di livello medio-basso.

"... quando fa il cono e dopo lo divide a metà non è giusto, perchè se io divido l'ombra a metà la larghezza è sempre uguale. Io quando faccio il cono non lo faccio alto come l'ombra ma più piccolo, allora se lo faccio più piccolo c'è sempre la distanza uguale" (Davide)

"Secondo me il mio ventaglio è più preciso perchè dimezzando le ombre non sembra quello vero, perchè è più stretto" (Daniele D.)

"Se il ragionamento di andrea è sbagliato perchè se Andrea non dimezzava la distanza fra un'ombra e l'altra, il ventaglio gli veniva più largo, perchè almeno fra un'ombra e l'altra c'era più spazio" (Manuela)

7.5.2 Conservazione dei rapporti

I bambini che producono estesamente una giustificazione connessa con l'invarianza dei rapporti sembrano procedere in modo più analitico. Generalmente il loro ragionamento procede secondo una

catena deduttiva che entra nel merito delle regole di riduzione. Sembra trasparire, più che l'evidenza percettiva, il tentativo di motivare dall'interno la fondatezza del proprio ragionamento. In questo senso si può notare lo sviluppo di un ragionamento nell'ambito di un "quadro" di riferimento che è dato dalla consapevolezza che esistono delle regole a cui attenersi per giungere a una riduzione corretta. Nello stesso tempo la fondatezza di tali regole non è messa in discussione: alcuni "segnali" connessi con scelte linguistiche adottate da questi bambini sembrano essere molto chiari.

Il confronto con il ventaglio di Andrea non viene condotto sulla base del contrasto con il proprio ventaglio, ma sulla base del contrasto delle regole che determinano un ventaglio corretto e uno scorretto.

"Sì il metodo che ha scelto Andrea è sbagliato perchè bisognava solo ridurre la lunghezza delle ombre; la distanza di sopra (cioè dall'ombra delle 10 a quella delle 11) si rimpiccioliva da sola. Andrea è come se avesse rimpicciolito due volte la distanza fra le ombre. Secondo la mia regola si rimpicciolisce da sola..." (Daniele M.)

"... se dimezzi tutte le ombre, visto che è come il pezzo più vicino da dove partono tutte le ombre, la misura di distanza fra un'ombra e l'altra si dimezza da sola perchè nelle punte la distanza è maggiore e, visto che le ombre sono a ventaglio, la distanza sarà minore, dimezzata" (Fabio)

"... questo lavoro di dimezzare la larghezza fra le ombre è inutile perchè riducendo il ventaglio risulterà anche ridotta la larghezza fra le ombre. questo modo si può usare quando bisogna ridurre dei segmenti paralleli fra loro ... ho notato

che la larghezza fra le punte della prima dell'ultima ombra è la metà del ventaglio che ho riprodotto io" (Daniele V.)

Una bambina (la stessa a cui si è accennato precedentemente) fa ancora riferimento al campo semantico delle "ombre del sole":

"Il ventaglio di Andrea è sbagliato perchè se dimezzassi anche le distanze tra le ombre è come se ogni ombra fosse stata prelevata ogni mezzora" (Sara P.)

La sua ipotesi si pone ancora su di un piano diverso rispetto a quelle appena esaminate. Ci si potrebbe interrogare sul motivo per cui il campo semantico delle ombre del sole sembra interagire in modo ridotto con le ipotesi prodotte dagli altri bambini.

In realtà, ad una considerazione più attenta, non può sfuggire il fatto che il campo semantico è la cornice in cui si situano anche le ipotesi precedenti (in particolare quelle che fanno riferimento alla conservazione della forma) in cui esse assumono significato e validità, dal punto di vista del bambino che le produce e dal punto di vista dell'interlocutore.

D'altra parte la consegna data ai bambini sottende la riflessione su una rappresentazione del fenomeno e per di più su di una rappresentazione che, con la riduzione in scala, ha perso una parte della connessione diretta con il fenomeno. Anche qui una parte della classe sembra avviarsi all'assunzione del "ventaglio" come un nuovo campo semantico, che ha una sua autonomia dal campo semantico "principale" (ombre del sole).

Mentre il campo semantico delle "ombre" è inerente la conoscenza dei fenomeni naturali, il campo semantico inerente il ventaglio ha a che fare con prodotti dell'evoluzione culturale e con il sistema di convenzioni sociali.

Due bambini producono ipotesi diverse da quelle esaminate, e cioè che anche Andrea possa avere ragione.

"Secondo me non è sbagliato nessun ventaglio, nè il mio nè il suo, perchè lui ha aggiunto una regola in più della nostra ... il ragionamento di Andrea si può usare per rimpicciolire e non è sbagliato se ad Andrea serviva il ventaglio ristretto ... rimpicciolendo qualche cosa si può anche rimpicciolire in larghezza, non solo in lunghezza" (Stefano S.)

L'ipotesi prodotta in questo caso non solo rompe l'uniformità di risposte date dai bambini rispetto alla valutazione delle scelte di Andrea in fatto di riduzione in scala, ma pone anche alcuni problemi cruciali. Innanzitutto, costituisce un'operazione cognitiva e culturale estremamente importante legata alla relativizzazione della regola prodotta dalla classe. In secondo luogo è un segnale che rende conto della complessità con cui si muove il pensiero del bambino nel confronto con regole e condizioni prodotte storicamente dall'uomo.

7.6 Quarta tappa

Anche qui si pone all'insegnante un problema di scelta didattica.

Come abbiamo visto, solo due bambini (di livello alto) hanno preso in considerazione la "convenzionalità" delle regole di riduzione in scala. Altri, in modo convinto, hanno opposto al ragionamento di Andrea delle motivazioni riguardanti l'evidenza percettiva o logica dell'errore.

Il rischio che traspare da queste ultime ipotesi è che venga assolutizzata una "regola", senza averne esplorato il carattere convenzionale di scelta operata dall'uomo.

Occorre considerare inoltre l'ostacolo derivante dal fatto che anche per l'insegnante il ventaglio di Andrea è sbagliato: solo una versione non riduttiva (ma posta su un piano di crescita culturale) della costruzione del concetto consente di esaminare con attenzione l'espressione del dubbio sull'unicità della regola.

Sulla base di queste considerazioni è stato perciò riproposto in classe un CONFRONTO sulle ipotesi prodotte. Ai bambini sono state

consegnate alcune delle ipotesi emerse e, inizialmente, è stato chiesto di riconoscere la somiglianza con la propria.

Quindi è stato chiesto di esprimere un parere sull'ipotesi di Stefano S. che esprimeva la possibilità che entrambe le riduzioni potessero essere corrette.

Le risposte dei bambini a quest'ultima domanda segnalavano un dato interessante poiché gli alunni esprimevano opinioni molto diversificate. Il confronto si pone quindi ancora come momento di rottura dell'apparente uniformità di risposte.

- Alcuni bambini si dichiarano d'accordo con Stefano (6 alunni, di tutti i livelli di apprendimento). Fra essi la bambina che aveva prodotto un'ipotesi collegata con il riferimento al fenomeno reale (Sara). La maggioranza di questi bambini aveva considerato, nella consegna precedente, l'invarianza della forma come motivazione giustificatrice dell'errore di Andrea.

La spiegazione prevalente non riporta però argomentazioni articolate: è l'espressione dell'ipotesi che Andrea facesse "un lavoro diverso" oppure che la classe di Andrea avesse "una regola in più". Una bambina esprime il sospetto che ad Andrea "serviva" il ventaglio più stretto di quello reale.

- Altri bambini si dichiarano in disaccordo con Stefano (6 alunni, di livello medio e di livello alto). Fra questi bambini si collocano tutti coloro che avevano prodotto un'ipotesi legata all'invarianza dei rapporti.

Sembra emergere (da questo dato) che chi aveva considerato il problema dell'errore di Andrea da un punto di vista logico/deduttivo mantiene la coerenza della propria opinione in misura maggiore.

La stessa rassegna delle argomentazioni addotte sembra dar conto della certezza delle convinzioni di questi bambini.

Esse sono relative alla consegna ("quella classe ha fatto lo stesso problema nostro e quindi aveva le stesse regole") a

giustificazioni legate alla conservazione dei rapporti ("... ad Andrea serve il ventaglio rimpicciolito di lunghezza, non in larghezza ... la larghezza si è rimpicciolita da sola quindi Andrea dimezzando la larghezza fra un'ombra e l'altra ha formato male il ventaglio") o alla conservazione della forma ("Non si deve rimpicciolire la larghezza delle ombre perchè le 13 e le 14 andavano troppo attaccate alle 12").

Da notare, nei protocolli riportati l'idea di "deduzione" logica che traspare dall'uso del "QUINDI", che sembra non ammettere possibilità diverse.

- Altri bambini si dichiarano indecisi, portando motivazioni a favore e contro l'ipotesi di Stefano (5 bambini, di livello di apprendimenti diversi).

Le motivazioni, in apparente contrasto fra loro, denotano un atteggiamento di incertezza, di messa in crisi di un modello non ancora ben stabilizzato. Il confronto, in questo caso, sembra aver agito in profondità, poiché ha messo in campo possibilità non considerate nelle consegna precedente.

Nelle risposte dei bambini di questo gruppo sembra rintracciabile un'idea di "giustizia" contrapposta a una concettualizzazione che si sta formando. Ciò va nella direzione di giustificare l'affermazione che il "ventaglio" assume il valore di campo semantico, in cui emerge il conflitto fra il contesto interno del bambino (per cui sono possibili soluzioni diverse: e questo è giusto ed ammissibile) e la acquisizione di un "vincolo" prodotto dalla cultura adulta. Tale tensione può essere esemplificata dall'esame del seguente elaborato:

"Per prima cosa sono d'accordo con Stefano perchè se, ad esempio, il maestro di Andrea avesse detto ai bambini di ridurre il ventaglio come volevano, ognuno giustamente ha fatto come voleva e uno di questi è Andrea, quindi in questo caso Stefano ha ragione. In secondo luogo Stefano non ha

ragione perchè doveva mantenere certe proporzioni, secondo il nostro modo" (Daniela)

o del seguente:

"Io sono metà metà, cioè sono d'accordo sia con Stefano, sia con tutti quelli che dicono che il ventaglio di Andrea è sbagliato, perchè è vero quello che ha detto Stefano cioè che Andrea ha aggiunto una regola in più della nostra. Poi sono d'accordo con tutti quelli che dicono che il ventaglio di Andrea è sbagliato perchè è vero che se dimezza la larghezza le larghezze non è più vero il ventaglio" (Irene)

7.7 Quinta tappa

In un successivo momento di lavoro in classe vengono socializzate le risposte date dai bambini e in particolare viene preso in considerazione il ragionamento di chi sostiene che la riduzione della lunghezza delle ombre porta già alla riduzione (nella stessa scala) della distanza fra le estremità delle ombre. L'istituzionalizzazione di questa acquisizione è collegata con l'osservazione che ciò non significa "ridurre" lo spazio fra un'ombra e l'altra: sperimentalmente tutti i bambini arrivano a questa conclusione, verificando che lo stesso "cono" di carta ricopre l'angolo nel ventaglio "vero" e nel ventaglio ridotto.

Nello stesso modo è possibile ripercorrere il ragionamento di Andrea dall'interno: secondo le sue regole la distanza fra le estremità delle ombre verrebbe ridotta a un quarto, mentre le ombre della metà. Questa osservazione conferma in molti bambini l'idea che il ventaglio di Andrea è sproorzionato.

Tuttavia, l'istituzionalizzazione degli aspetti sopra citati, se lasciata a se stessa, si presentava rischiosa, da almeno due punti di vista. Da un lato, mortificava l'approccio dei bambini che manifestavano la

possibilità della coesistenza di più "regole" per ridurre in scala, non fornendo risposte esplicative all'interrogativo.

Dall'altra, metteva a repentaglio la possibilità di considerare l'aspetto di convenzionalità (e non di assolutezza) insito nella norma istituzionalizzata.

D'altra parte il prendere in esame nuovamente questi aspetti, all'interno dello stesso quadro di riferimento, non era, da un punto di vista didattico, produttivo e proponibile. La scelta operata è stata allora di rilanciare il problema all'interno di un altro "quadro" di riferimento.

Preceduta da una domanda scritta con risposta individuale (*'Ma che cosa c'è di male a non conservare la forma degli oggetti?'*), si è avviata una discussione collettiva.

La discussione è stata introdotta dal rilancio del problema, a partire dal comportamento del sole quando provoca le ombre.

Il sole, che in quel momento entrava di sbieco in classe, proiettava sul muro il riquadro deformato della finestra. Se la domanda scritta aveva generato (nuovamente) una sostanziale uniformità di risposte, la questione posta relativa al comportamento del sole provocava un dibattito vivace e profondo, che in vari momenti coglieva nel cuore il problema della convenzionalità di una regola e le ragioni di una scelta da parte dell'uomo a favore di questa convenzione.

7.7.1 La discussione

(1) *Maestro*: "... e se noi rimpicciolissimo seguendo le regole del sole? Osservate le ombre della finestra che il sole proietta sul muro. Non ha la stessa forma ... che cosa ci sarebbe di male ad usare il modo di rappresentare del sole?"

(2) *Stefano S.*: "Appunto! non è sbagliato, dipende da dove guardi ... ad esempio se il sole è di lato, è per quello che le ombre sono oblique e più strette, perchè non è proprio davanti alle finestre ..."

(3) *Sara S.*: "Però il sole mica può decidere come fare le ombre ... Cioè non è una persona che decide che quella cosa è meglio farla così. Il sole facendo il suo giro fa quell'ombra, però potrebbe anche non farla ... Non è detto che deve far ombra, questa è una cosa che succede qui sulla Terra ..."

(4) *Daniele V.*: "Mica è il sole che deve far ombra ... Sono anche gli oggetti che la formano, che impediscono alla luce di passare e che proiettano l'ombra"

(5) *Cristian*: "Sì, anche altre cose fanno ombra..."

(6) *Sara S.*: "Il sole... Lui sta in cielo per un motivo che io non so... Comunque l'ombra potrebbe anche non esserci, è il sole che la proietta... e quello non è che c'entra con noi perchè noi, che siamo un po' più in intelligenti del sole, dobbiamo essere un po' più riflessivi e dire 'ma quell'oggetto se io lo rimpicciolisco, ma con una forma completamente diversa, per esempio da quadrato diventa rettangolo, non è rimpicciolire, è fare un'altra cosa...' Il sole invece non sa che lui deve rappresentare"

(7) *Stefano S.*: "Il modo di Andrea si potrebbe anche chiamare il modo che il sole usa per fare l'ombra della finestra, perchè l'ha rimpicciolita in larghezza, non in altezza..."

(8) *Daniele M.*: "Voglio fare un esempio... Hai disegnato un rettangolo, lo vuoi rimpicciolire e metterlo sul quadernone. Ti dai una regola, cioè un cm lo fai diventare mezzo cm, però poi dici che un altro pezzo lo rimpicciolisci e due cm li fai diventare mezzo cm. quando lo disegni, ti accorgi che diventa un quadrato e non più un rettangolo!"

(9) *Daniele V.*: "Mi era venuto in mente che quando il sole rappresenta l'ombra, dipende anche dal punto di vista, perchè se è messo in un certo modo fa l'ombra in un certo modo, ..."

(10) *Stefano P.*: "Ma se noi mettiamo quelle finestre nella posizione dell'ombra, l'ombra viene come le finestre..."

(11) *Fabio*: "Secondo me, visto che tutti usano questa regola di ridurre in scala, di proporzionare le cose, perchè noi dobbiamo usare

un'altra regola? Perchè non si deve usare questa regola? La usano tutti, se no non ci possiamo mai mettere d'accordo sulle regole..."

(12) *Cristian*: "Io sono d'accordo con Daniee V., quando dice che l'oggetto messo in un modo fa l'ombra in un altro modo..."

(13) *Sara S.*: "Mi riferisco a ciò che ha detto Stefano P.. Per verificare ciò che ha detto, si potrebbe mettere una cosa nella stessa posizione delle finestre per vedere che ombra fa, poi cambiargli posizione e vedere che ombra fa..."

(14) *Maestro*: "Fabio ha detto una cosa su cui secondo me è bene riflettere. ... Mentre Fabio parlava l'ho visto guardare la cartina dell'Italia. Perchè, Fabio?"

(15) *Fabio*: "Visto che la cartina mantiene le proporzioni dell'Italia, è rimpicciolita e mantiene la forma..."

(16) *Maestro*: "Ma, secondo voi, chi ha deciso che quando si rimpicciolisce bisogna mantenere la forma?"

(17) *Voci*: "Nessuno..."

(18) *Rossella*: "E' una regola..."

(19) *Manuela*: "Se noi non possiamo riprodurla con la stessa forma, allora..."

(20) *Stefano S.*: "Secondo me, questa regola, col passare degli anni, si è diffusa e la gente la usa... come i modi di insegnare... Prima c'erano i maestri severi, no? Poi ha cominciato una persona, poi si è sviluppato con altre due persone, poi con tre, e così via fino a quando quasi tutti gli insegnanti sono diventati non severi, ma più ... bravi"

(21) *Fabio*: "Secondo me l'hanno deciso in tanti, perchè magari qualcuno voleva rimpicciolire per esempio l'Italia, voleva sapere com'era, e allora ha dovuto mantenere le proporzioni"

(22) *Sara S.*: "Poi, scusa, se rimpiccioliamo l'Italia come veniva, senza badare alle proporzioni, non serviva proprio a niente..."

(23) *Daniele V.*: "Noi non dobbiamo dire che è tanto strana la regola di non mantenere le proporzioni, perchè noi la usiamo molto spesso... Per esempio, quando disegniamo mica siamo lì con il righello a misurare quanto è grande ad esempio una macchina... la fai come viene..."

(24) *Fabio*: "Ciò che dice Daniele un po' è anche sbagliato perchè noi mica cerchiamo di non mantenere le proporzioni, mica invece di fare un'automobile facciamo una palla!"

(25) *Daniele V.*: "Io volevo dire che non stiamo lì a misurare, le forme le disegniamo all'incirca..."

(26) *Sara S.*: "quando noi disegniamo, lo facciamo per divertirci, allora non c'è bisogno che facciamo le proporzioni"

(27) *Davide*: "Un pittore, quando per esempio vuole disegnare una chiesa, non è che la disegna vera, la rimpicciolisce, però con la sua forma..."

(28) *Cristian*: "Quando per esempio devono costruire una casa, ho visto che prima di costruirla fanno un disegno della casa come deve essere, rimpicciolito"

(29) *Maestro*: "La regola di mantenere la forma l'hanno decisa gli uomini, allora..."

(30) *Sara P.*: "L'hanno decisa perchè serve, è utile..."

(31) *Alessio*: "Sì, quando hai un foglio come quello del quadernone e devi disegnare un albero, non lo fai preciso con le stesse misure, lo fai rimpicciolito, con meno rami..."

(32) *Manuela*: "Io devo dire due cose. La prima è quella che ha detto Alessio, per esempio un albero è alto dieci metri e non puoi sul tuo quaderno rappresentarlo deci metri, semmai dieci cm, oppure dieci quadretti... La seconda cosa è che nel frattempo che abbiamo discusso, il sole si è spostato e ha fatto diventare le ombre delle finestre ancora più strette! Non le ha rimpicciolite mantenendo la forma!"

7.7.2 L'analisi della discussione evidenzia alcuni problemi:

1) i bambini che intervengono nella fase iniziale sono bambini di livello medio-alto, che colgono il problema posto dall'insegnante e dialogano fra loro. In una seconda fase, alla discussione partecipano anche i bambini di livello basso e medio-basso (interventi 10,18,19,27,28, 31, 32). Il tono degli interventi sembra rivelare che anche questi bambini hanno riflettuto sul problema oggetto della discussione. Ciò rimanda, forse, anche al ruolo che i momenti di interazione (scritta o orale, svolta in rapporto 1 a 1 o in momenti di discussione; utilizzando momenti di confronto con i compagni o con l'adulto) e le riprese a "spirale" delle riflessioni, svolte in precedenza, hanno avuto nel rendere consapevoli i bambini di ciò di cui si discute. Per i bambini di livello medio-basso si può ipotizzare l'importanza dell'esposizione a livelli di problemi che spontaneamente non si sarebbero posti e che permettono di accedere a modi diversi dai propri di guardare i fenomeni.

2) Un secondo aspetto da tenere in considerazione riguarda lo sviluppo che ha, nella discussione, il problema della scelta convenzionale della riduzione in scala secondo le regole della conservazione della forma o delle proporzioni.

Sono molti gli interventi che, direttamente o a livello più implicito, si richiamano a questo aspetto (cfr. interventi 2,3,6,7,8,9,11,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,30,31). I bambini giungono a focalizzare il problema che non esiste per forza una sola regola di riduzione (e di rappresentazione) ad un livello più alto di quello posto in precedenza sul ventaglio di Andrea. Notare aspetti quali l'utilità di riduzione che mantengano le proporzioni dell'oggetto originale o che servano a prefigurare come sarà un oggetto prima di costruirlo, oppure accorgersi che quotidianamente produciamo rappresentazioni ridotte senza preoccuparci di mantenere le proporzioni precise (nel disegno ad esempio), oppure ancora osservare

che sono tutti i giorni sotto i nostri occhi rappresentazioni deformate dalla realtà (le ombre del sole, ad esempio), e collegare tutto questo con l'aspetto di scelta (proprio del genere umano a differenza del sole che non opera scelte), ci sembra aiuti i bambini a indirizzarsi verso visioni non anguste dal punto di vista culturale (si pensi all'importanza della questione, non solo all'interno dei problemi geometrici, ma anche all'interno dell'analisi di fenomeni artistici o di rappresentazioni storiche).

3) Il ruolo del campo semantico (delle ombre del sole): ci sembra si possa riscontrare in più momenti della discussione. Una base comune nella discussione, è il rapporto fra sole e ombre. L'acquisizione di questo rapporto permette all'insegnante di considerarlo memoria comune per il rilancio dell'argomento e ai bambini di recepirlo come stimolo per riflettere su aspetti ad esso collegati.

Ma significa anche che il contesto interno del bambino, su questo versante, ha interiorizzato che EFFETTIVAMENTE il sole produce rappresentazioni in contrasto con il nostro modello di riduzione: deforma, inclina linee che nella realtà sono orizzontali, riduce larghezze, prolunga altezze, ecc. In questo modo la comunicazione consente di aver come riferimento uno stesso "oggetto", il quale diventa base per una successiva elaborazione, che ha a che fare con la specificità della "codificazione" della realtà.

(Cfr. intervento n. 6: "noi, che siamo un po' più ingelligenti del sole, dobbiamo essere un po' più riflessivi e dire 'ma quell'oggetto se io lo rimpicciolisco, ma con una forma completamente diversa, per esempio da quadrato diventa rettangolo, non è rimpicciolire, è fare un'altra cosa...' Il sole invece non sa che lui deve rappresentare")

Ci sembra significativo che bambini di livello medio-basso (interventi 27 e 28) riprendano a un livello adeguato di esemplificazione le idee che si stanno enunciando nella discussione riguardo alle scelte che si

possono compiere sulla base dell'utilità della rappresentazione ridotta in modo proporzionato (esempi del pittore e del progettista).

7.8 Un problema: il lessico a proposito dell'angolo

In precedenza era stato segnalato il problema del lessico usato dai bambini per disegnare l'angolo (come spazio, larghezza, distanza fra due ombre).

Procedendo nel lavoro, come si è notato, l'uso di questo lessico si presentava non più adeguato ad esprimere la concettualizzazione che si stava costruendo, anzi risultava generatore di confusione e di ambiguità.

Il suo superamento è avvenuto a partire dall'osservazione della rotazione di un fascio di ombre parallele (le ombre delle sbarre di un cancello), in una fase iniziale del lavoro sull'aspetto dinamico dell'angolo. La constatazione dell'invarianza dell'ampiezza dell'angolo e dell'indipendenza di questa della lunghezza dei lati contrastava con l'idea che la larghezza fra i "lati" si riduce man mano che ci si avvicina al vertice, inducendo all'osservazione che "larghezza e distanza vanno bene quando ci riferiamo a cose parallele"

mentre

"creano confusione quando ci riferiamo agli angoli perchè negli angoli la larghezza non è mai uguale dato che i lati degli angoli si restringono"

Il superamento di un lessico inadeguato si presenta complesso soprattutto nei livelli medi/bassi della classe.

Nel corso di questo lavoro ci pare di dover segnalare alcuni aspetti che hanno favorito la crisi di un lessico che non corrispondeva più a ciò su cui si stava riflettendo. In particolare sembra importante il ruolo che ha assunto il campo semantico delle "ombre del sole", attraverso l'osservazione ripetuta del fenomeno delle ombre e della sua rappresentazione "sulla carta", nel creare le condizioni per la

comprensione di nuovi concetti. La ragionalizzazione del fenomeno richiede anche un linguaggio che denomini ciò che si va scoprendo, che è semanticamente diverso da ciò che i bambini intendevano nel loro approccio iniziale, legato ancora a strumenti concettuali e linguistici che facevano riferimento alle misure lineari.

Non ci sembrano secondarie, però, le scelte operate nel favorire momenti di confronto, in cui l'acquisizione di un lessico adeguato a rappresentare il pensiero diventa anche condizione necessaria per la comunicazione e per il dialogo con gli altri.

7.9 Aspetti riguardanti la verifica

Un momento di verifica di alcuni aspetti affrontati nel lavoro fin qui svolto è costituito dalla comparazione di due ventagli di ombre rilevati dalla classe nella stessa giornata. I due ventagli differivano perché erano le ombre di chiodi di altezza diversa. La domanda posta ai bambini richiedeva se l'ampiezza degli angoli formati dalle ombre fra le ore 12 e le 16 (momento di rilevazione comune di entrambi i ventagli) erano uguali in entrambe le rappresentazioni.

Occorre precisare le condizioni in cui i bambini hanno prodotto la risposta. Innanzitutto, non disponevano dei ventagli sul loro quaderno, per cui non potevano dare una risposta su basi fattuali.

I ventagli erano rappresentati su un cartellone appeso sulle pareti dell'aula, e su di essi, dopo la rilevazione, non si era ancora discusso.

In secondo luogo, attraverso l'osservazione del comportamento di fasci di ombre parallele in momenti successivi, era già stata introdotta l'idea dell'angolo come "ampiezza di una rotazione". Erano inoltre state svolte in classe attività di consolidamento del concetto di angolo.

Su 18 bambini coinvolti nell'attività di confronto dei due ventagli riguardo all'ampiezza angolare 15 fornivano una risposta corretta ("gli angoli sono uguali") e 3 sostenevano che gli angoli differivano, a partire da motivazioni di natura percettiva ("non avranno la stessa ampiezza perché basta guardarli a occhio") o sulla

base di deduzioni dipendenti dalla diversa lunghezza dei chiodi ("gli angoli non sono uguali perché un chiodo è più piccolo").

Fra i bambini che hanno fornito una risposta corretta, si possono distinguere due diversi "agganci" del pensiero.

Da un canto, il riferimento al fenomeno reale delle ombre, prevalentemente basato sull'intervallo temporale intercorso fra due rilevazioni successive ("non ci sono due tempi diversi per i due chiodi") che genera angoli di uguale ampiezza, nei due ventagli. Questo aspetto è interessante perché non solo sembra far giungere molti bambini alla conclusione esatta liberandoli dall'intralcio percettivo della diversa lunghezza dei "lati" dell'angolo, ma anche perché tende a sottolineare l'importanza del campo semantico delle "ombre del sole", che sembra produrre atteggiamenti corretti anche nella riflessione sulla rappresentazione del fenomeno.

La razionalizzazione di aspetti del mondo reale pare aver favorito (anche in molti bambini di livello medio-basso) la produzione di ipotesi interpretative adeguate. Da un altro punto di vista si potrebbe considerare quanto abbia inciso il lavoro di approfondimento, all'interno del campo semantico (che si è andata via via evolvendo) costituito dalla rappresentazione dell'andamento delle ombre nel corso di una giornata (il "ventaglio").

Una seconda motivazione, adottata da alcuni bambini, a giustificazione dell'affermazione che gli angoli sono uguali in entrambi i ventagli, era che ciò si poteva desumere dal lavoro svolto in classe sulla riduzione del ventaglio di ombre di gennaio ("lo abbiamo visto in classe che l'ampiezza non si restringe quando si rimpicciolisce un ventaglio").

Ciò sembra rafforzare quanto detto in precedenza: il bambino può seguire linee di pensiero che lo conducono a conclusioni ragionate, riferendosi alle esperienze maturate nel lavoro all'interno di un campo semantico. In questo caso la memoria dei significati acquisiti in precedenza gioca un ruolo importante e la figura ha lo statuto di

oggetto culturale a cui riferirsi per l'interpretazione di un fenomeno reale.