

## 5. LA DIDATTICA DEI PROBLEMI: I PROBLEMI MATEMATICI COMPLESSI

Si rimanda alla lettura del vol. III di questo Rapporto Tecnico (*vedi vol. III, Linee Metodologiche, pag. 30 e seguenti*) per quanto riguarda il quadro teorico di riferimento e la tematica relativa ai problemi matematici complessi e alle specifiche difficoltà che essi presentano.

Nel presente volume si tratterà invece più ampiamente la tematica della "costruzione dei problemi" all'interno delle situazioni problematiche.

### 5.1 I problemi costruiti all'interno delle situazioni problematiche (PCISP) e gli altri tipi di problemi: questioni di classificazione

A partire da una situazione problematica appaiono possibili tre tipi di consegne:

A) il PROBLEMA STANDARD: il testo è fornito dall'insegnante e in esso sono contenute le informazioni e i dati necessari alla risoluzione; l'obiettivo viene esplicitato sotto forma di domanda; la risoluzione è individuale da parte degli alunni.

B) il PROBLEMA SENZA NUMERI: l'insegnante chiarisce i termini del problema, senza precisare o richiedere l'uso dei dati numerici; ai bambini non è richiesta una soluzione numerica, ma l'esplicitazione del processo risolutivo. L'utilità di problemi come questo consiste nel fatto che essi limitano il ricorso alla combinazione più o meno casuale dei dati numerici e mettono in gioco più direttamente i significati delle operazioni. Riguardo alla progettualità (nel caso dei problemi complessi) si possono tuttavia determinare situazioni di blocco dello stesso tipo di quelle che si riscontrano nei problemi di tipo A (e addirittura il fatto di dover "ragionare in generale" invece che su dati numerici particolari può introdurre una difficoltà supplementare). In effetti, il problema B è un problema del tipo precedente, con l'unica differenza che i dati numerici non sono esplicitati.

C) il PROBLEMA COSTRUITO DALL'INTERNO: l'insegnante comunica la situazione problematica agli alunni, o la costruzione della medesima avviene in classe, collettivamente.

Per affrontare questo tipo di problema è necessario che l'alunno selezioni i dati necessari in modo pertinente alla soluzione da trovare e se li procuri (a seconda dello "scenario" creato in classe, può chiederli all'insegnante, oppure proporre di chiederli al negoziante, oppure anche può procurarseli direttamente fuori della classe).

Nel corso del lavoro l'alunno deve creare un collegamento funzionale tra soluzione da trovare e dati necessari, attraverso la selezione dei dati pertinenti e un progetto di utilizzazione di tali dati che comporta ipotesi sui calcoli da eseguire su essi.

In generale, possiamo dire che un PCISP nasce da una consegna, relativa ad una situazione immediatamente manifesta agli alunni, che fissa uno scopo da raggiungere senza fornire tutte le informazioni necessarie per raggiungerlo.

In relazione allo scopo fissato gli alunni devono:

- farsi carico dell'eventuale identificazione di possibili alternative diverse per raggiungere lo scopo;  
- una volta fissata una di tali alternative, farsi carico dell'identificazione e del reperimento dei dati mancanti (da ottenere attraverso la formulazione di opportune richieste) e del progetto di utilizzazione dei dati in relazione allo scopo da raggiungere.

Per quanto riguarda i rapporti tra i problemi dei tipi A), B), C) proposti nella scuola elementare, i problemi proposti in altri ordini di scuole e i problemi che si affrontano fuori della scuola, possiamo rilevare che:

- i problemi di tipo A) sono i più simili ai problemi "eteroposti" tipici della scuola a tutti i livelli; talvolta problemi "eteroposti" con un testo che fissa (come nei problemi di tipo A) le conoscenze da utilizzare si incontrano però anche nelle professioni (ad esempio come test di assunzione) e nelle stesse attività di ricerca pura e applicata (come

questioni ormai messe a fuoco per quanto riguarda le "risorse" a cui attingere e i vincoli da rispettare);

- i problemi di tipo B) presentano molte analogie con i problemi (scolastici ed extrascolastici) di cui si deve impostare una risoluzione generale al calcolatore (l'algoritmo risolutivo prevede che di volta in volta si assegnino in INPUT i dati da elaborare);

- i problemi di tipo C), poco frequenti nella scuola, sono molto simili alla maggior parte dei problemi che si devono affrontare nelle diverse professioni (compresa la ricerca pura e la ricerca applicata) e nella vita corrente: problemi nei quali la situazione problematica è sufficientemente nota ed occorre individuare, a partire dallo scopo che si vuole raggiungere, le alternative risolutive possibili e, per ciascuna di esse, le informazioni utili e il processo risolutivo adeguato (per la vita corrente, si può pensare all'acquisto di una vettura in relazione all'uso che se ne vuole fare, a un progetto di vacanze in relazione ai soldi e al tempo disponibili, ecc.)

### 5.1.1 Esemplificazione di una situazione di classe: prima tappa

La classe ha svolto una attività, inserita nell'U.D. Sole/Terra, durante la quale, con l'ausilio di un proiettore, ogni bambino ha proiettato sulla parete l'ombra del profilo della propria testa, mentre un compagno, su cartoncino nero, ne ha ripassato il contorno.

I bambini hanno quindi deciso come costruire i quadretti dei propri profili: 16 di loro avrebbero ritagliato il profilo dell'ombra e utilizzato solo il contorno, appoggiandolo su cartoncino colorato, gli altri 3 avrebbero dipinto lo sfondo senza utilizzare il cartoncino colorato. Ogni quadretto sarebbe stato incorniciato con nastro adesivo.

L'attuazione pratica del progetto comporta il dover calcolare la quantità di cartoncino e di nastro adesivo comperare.

Riferendoci a questa situazione e riportandola alla classificazione precedente avremmo potuto avere i seguenti tipi di consegne:

#### - problema di tipo A

"La nostra classe ha deciso di costruire dei quadretti con i profili delle teste delle nostre ombre. Tre di noi

hanno scelto di dipingere lo sfondo, lasciando nera l'ombra. Sedici di noi hanno invece scelto di lasciare lo sfondo nero, mettendo in evidenza l'ombra con un cartoncino colorato. Tutti i quadretti saranno incorniciati con nastro adesivo. Sappiamo che ci servono 16 fogli colorati, ciascuno largo 25 cm e alto 35 cm. I fogli di cartoncino, che si trovano in cartoleria, sono larghi 70 cm e alti 1 m. Quanti fogli dovremo comperare per costruire i nostri quadretti? Quanti metri di nastro adesivo ci servono?"

La risoluzione (individuale) consiste nella concatenazione (in ordine opportuno, con operazioni aritmetiche opportune) dei dati numerici forniti.

#### - problema di tipo B

"La nostra classe ha deciso di costruire dei quadretti con i profili delle teste delle nostre ombre. Tre di noi hanno scelto di dipingere lo sfondo, lasciando nera l'ombra. Sedici di noi hanno invece scelto di lasciare lo sfondo nero, mettendo in evidenza l'ombra con un cartoncino colorato. Tutti i quadretti saranno incorniciati con nastro adesivo. Sappiamo che ci servono 16 fogli colorati. Se sapessimo quanto fare grandi i nostri quadretti e quali sono le misure dei fogli di cartoncino che si trovano in cartoleria, come potremmo stabilire quanti fogli e quanto nastro adesivo comperare?"

La risoluzione (individuale) comporta l'elaborazione di una strategia risolutiva che consiste nell'indicare le operazioni da eseguire sui dati (è ammissibile una risoluzione che parla di "ogni quadretto misura... ogni foglio di cartoncino misura..." - cioè una risoluzione per "variabili" -, e anche una risoluzione che spiega come si deve procedere attraverso una esemplificazione del tipo: "supponiamo che ogni foglio di cartoncino sia grande ..." ).

### **- problema di tipo C**

"Per finire i profili delle teste delle nostre ombre e costruire dei quadretti abbiamo scelto fra due possibilità:

- dipingere lo sfondo, lasciando nera l'ombra (tre di noi)

- lasciare lo sfondo nero, mettendo in evidenza l'ombra con un cartoncino colorato (sedici di noi).

Tutti i quadretti saranno incorniciati con nastro adesivo.

Prova a dire cosa faresti per avere il materiale necessario a finire i nostri profili (cartoncino colorato e nastro adesivo)."

Questo problema è un esempio di PCISP.

Vediamo quali sono stati i ragionamenti effettuati dagli alunni (15 presenti su 19) a cui è stato proposto il problema C (ins. Ezio Scali, Piosasco, a.s.1997/98).

N.B. = Per questi ragionamenti non vi è stata interazione con l'insegnante, in quanto l'attività era finalizzata a "far entrare" gli alunni nella situazione problematica per poi attuare il confronto fra i ragionamenti. Il lavoro avrebbe potuto essere condotto anche interagendo sul momento con il ragionamento del bambino, in modo da portare l'allievo a costruire da subito una corretta strategia di percorso.

Da ragionamenti in cui il bambino è entrato nella situazione problematica, collegando funzionalmente i dati selezionati in base ad un progetto di utilizzazione:

**Ambra** - 1) Io per avere il materiale necessario per finire i nostri profili

potrei prima ragionare sul nastro adesivo e dire quanto sono lunghi i lati dello sfondo nero, una volta saputi li ripeterò per 19 e poi vedrò andando dal negoziante quanto nastro adesivo conviene comprare.

2) Io per avere il cartoncino vedrò prima quanto è largo il profilo e quanto è lungo, poi le misure che avrò avuto le ripeterò per 16, poi quando sarò andata dal negoziante prenderò i cartelloni che saranno vicini a quella misura, così potremo finire i nostri profili.

**Giorgia** - Io per trovare quanto nastro ci serve farei così: posso vedere quanto è lungo il perimetro di un cartoncino. Siccome noi dobbiamo mettere il nastro sul perimetro, a questo punto so quanto nastro serve a ognuno di noi. Quel totale lo moltiplico per quanti siamo noi (19) e so quanto nastro ci serve per tutta la classe. Poi dovrò chiedere al maestro due domande: "quanto costa al metro il nastro", "quanto è lungo un rotolo di nastro". Io per trovare quanto cartoncino ci serve farei così: devo chiedere al maestro quanto è grande il profilo e a quel punto so di che grandezza sarà all'incirca il cartoncino che ci servirà per il profilo. A quel punto posso moltiplicare quel totale per quanti siamo noi (16) e so quanto cartoncino ci serve per il profilo di tutti. Siccome si taglia il cartoncino, si vedrà la forma del profilo dietro al cartoncino, allora bisogna ricoprirlo con il cartoncino colorato. In questo caso devo trovare l'area del cartoncino e so quanto cartoncino serve a uno dei sedici bambini. Poi lo moltiplico per quanti siamo (16) e so quanto cartoncino servirà per coprire il profilo di 16 di noi.

**Mariella** - Per comprare il materiale che ci serve per finire i ritratti (cartoncino e nastro) prima mi informerei su quanto nastro mi serve per ricoprire il perimetro di 19 ritratti, per farlo misurerei il perimetro e poi lo moltiplicherei per 19,

così so quanto nastro mi serve. Per scoprire quanto cartoncino colorato mi serve scoprirei l'area del cartoncino su cui c'è il ritratto e la moltiplicherei per 16 e poi andrei a chiedere un cartoncino di quella grandezza.

**Stefano S.** - Per trovare quanto cartoncino prenderò, dovrò sapere l'area del rettangolo di cartoncino nero che abbiamo usato per fare i profili, poi quell'area la moltiplicherò per 16 così troverò quanto cartoncino prendere; poi dovrò fare 16 pezzi uguali e per farlo dovrò riportare l'area del rettangolo per fare il profilo. Per il nastro colorato dovrò sapere il perimetro di un rettangolo usato per fare il profilo, poi il perimetro lo ripeto 19 volte e così saprò quanto nastro dovrò prendere.

... a ragionamenti in cui il bambino non esplicita alcune parti di esso, come se le desse per scontate:

**Vera** Sapendo a quali misure vendono il nastro adesivo e il cartoncino, calcolerò prima quanto cartoncino ci serve sapendo la misura dell'area di ogni foglio. Dopo averla saputa posso calcolare quanti fogli ci stanno in un cartoncino e poi vedo quanto ne dovrò comprare per averne 16. Dopo aver calcolato quanta carta ci serve dovrò calcolare quanto nastro ci serve, per calcolarlo dovrò prima mettere insieme le misure dei quattro lati di un foglio e vedo se ci stanno in un rotolo e vedo quanto ne dovrò comprare.

E' implicita, nel progetto di utilizzazione, la selezione dei dati e il loro collegamento funzionale.

**Andrea** - Bisogna comprare dei fogli grandi di cartoncino per fare i profili colorati, però prima si prendono le misure della larghezza e dell'altezza della testa (e si stabilisce

quanti fogli comprare). Poi bisogna comprare il nastro adesivo colorato (anche qui prendendo le misure dell'altezza e della larghezza dei fogli neri e si stabilisce quanti fogli comprare). Poi faccio il progetto per me e lo ripeto per 16 volte (numero di bambini che scelgono il profilo colorato) e faccio la stessa cosa per l'altro tipo di progetto.

Non è esplicitato il collegamento funzionale dei dati, è completo invece il progetto di utilizzazione.

**Vania** - Cartoncino colorato: io devo sapere le misure di un cartellone, se le misure fossero uguali al cartellone nero che abbiamo in classe, dovrò dividere la sua misura a metà e vedo che da un lato ci stanno tre fogli e dall'altro anche, quindi se le misure fossero uguali ci servirebbero tre cartelloni.

Nastro colorato: io devo sapere a quanta lunghezza viene venduto il nastro; ad esempio, a m, a dam, ecc... Comunque dovrò misurare ogni lato di un foglio su cui ci attaccheremo il nastro e dovrò ripetere la loro misura per 19 volte, perchè siamo in 19 e tutti usiamo il nastro colorato, e potrò sapere quanto nastro ci servirà e quanti rotoli dovremo comprare.

Ragiona partendo dall'obiettivo da raggiungere: devo trovare ....., allora devo sapere

....

Nel suo ragionamento si riferisce ad una realtà già esperita in classe (i fogli neri di cartoncino sono stati ricavati da un foglio grande), ragionando sul concreto di una situazione in cui si riportano i fogli sul cartellone per vedere quanti ce ne stanno.

**Simone** - Io, per sapere quanto nastro adesivo ci serve, devo sapere quanto è il perimetro di un foglio, poi la lunghezza del perimetro la ripeto per 19, perchè ci sono 19 fogli, così so quanto nastro adesivo serve. Per il secondo modo dovrei sapere l'area di un foglio; poi ripeto l'area di un foglio per

16 perchè ci servono 16 fogli, così so quanto cartoncino ci serve.

Dà per implicita la ricerca dei dati, che però collega funzionalmente (perimetro e area). Non sviluppa però il progetto di utilizzazione in quanto manca il confronto con la situazione reale del cartoncino e del nastro.

... a ragionamenti che risultano incompleti o confusi, in quanto in essi difetta il rigore procedurale:

**Katia** - Innanzitutto mi serve sapere la larghezza e l'altezza dei cartoncini. Il mio ragionamento per calcolare quanto nastro colorato ci serve è questo: moltiplico le misure dei lati di un cartoncino 19 volte e ottengo le misure di tutti i 19 cartoncini, poi devo sapere la misura di un rotolo di nastro colorato, se è più piccolo della misura dei cartoncini provvedo aggiungendo la misura mancante, mentre se sarà più grande vedo quanto me ne basta e me lo faccio tagliare lì! Il mio secondo ragionamento su quanto cartoncino colorato dobbiamo comprare: devo cercare un modo per calcolare l'area del foglio e il risultato lo moltiplico 16 volte.

Non è chiaro che cosa essa intenda con l'affermazione "moltiplico le misure dei lati" e non completa la seconda parte del ragionamento perdendo di vista la realtà della forma del cartoncino da comperare (non è detto che tutta la superficie necessaria sia perfettamente divisibile).

**Lorena** - Per scoprire quanto cartoncino colorato ci servirà per ogni profilo, dovrò sapere quanto ne serve per ognuno di noi, per sapere quanto cartoncino servirà per ognuno di noi dovrò chiedere le misure al maestro per sapere qual è l'estensione. Per quanto riguarda il nastro adesivo devo sapere se viene venduto a metri, a decimetri e così via, dovrò sapere il perimetro del cartoncino perchè il nastro

dovrà essere applicato lì, il perimetro lo ripeto per 19 visto che siamo in 19.

Non è esplicitato il collegamento funzionale dei dati (per sapere qual è l'estensione; dovrò sapere il perimetro del cartoncino) e non è completo il progetto di utilizzazione nella prima parte di ragionamento.

**Marco** - Io per avere il materiale necessario, farò così: mi informerei su quanto costa un cartoncino colorato, poi il prezzo di un cartoncino lo ripeterei per 16, così so quanto costano 16 cartoncini colorati, però di cartoncini colorati ce n'è di vario tipo (di grandezza), allora prendo le misure di un cartoncino nero e prenderò il cartoncino colorato di quella taglia. Per il nastro farò lo stesso, vedo quanto costa un rotolo piccolo, poi vedo se ce n'è per tutti con le misure dei cartoncini. Misuro il perimetro del cartoncino, poi il risultato lo ripeto per 19, e quanto mi viene, ad esempio 10 m, comprerò il nastro di 10 m, se ne vendono fino a 5 m, ne comprerò due.

Si può notare come il bambino, nel procedere del suo ragionamento, corregga il "tiro" e passi dal "costo" alla "grandezza", riuscendo nella seconda parte a costruire una corretta strategia procedurale. Di fronte ad un problema complesso con una consegna di tipo A) o B) probabilmente si sarebbe "perso".

... a ragionamenti in cui il bambino non riesce ad "entrare" nella situazione problematica:

**Federico** - Io conterei la base per l'altezza e la superficie del cartoncino la ripeto per 16 di noi, per fare le sagome e per il nastro adesivo per i bambini che fanno la sagoma nera e lo sfondo colorato.

Non compare nessun tipo di progettualità: il ragionamento si limita a ricercare le operazioni da eseguire, anche se non esplicitate con dati numerici, perdendo quindi di vista la complessità della situazione.

**Steven** - Io per sapere quanto materiale comprare per tutti posso prima fare il mio profilo o di qualche altro mio compagno e poi mi annoto quanto cartoncino ho usato e poi il cartoncino comprato per me lo ripeto per quanti siamo noi in classe, cioè 19. Questo lo faccio per chi vuole seguire la prima idea, invece per la seconda conto sempre il cartoncino nero che uso io e lo ripeto 19 volte, e per il cartoncino colorato lo aggiungo alla quantità di cartoncino nero e so il materiale da comprare. Così anche per il nastro adesivo. Non posso aggiungere il cartoncino nero a quello colorato, senò rischio di confondermi e quindi è meglio che spezzi le due quantità di cartoncino.

Sembra che il bambino non riesca a staccarsi dalla situazione concreta per ragionare su di essa, fatto che riduce il suo ragionamento ad un semplice fattore moltiplicativo (lo ripeto 19 volte) perdendo di vista la complessità del problema.

**Sergio** - Per risolvere questo problema dovremo informarci su quanto costa al metro il cartoncino colorato, così poi misuro il perimetro del profilo e so quanto ne serve per una persona e i cm che vengono li moltiplico per il numero di bambini che ha scelto il secondo modo. Poi ci informiamo di quanto costa il nastro colorato al metro allora misuro i bordi del cartoncino del profilo e i cm che vengono li moltiplico per il numero di bambini che fanno il secondo modo, poi tutti i prezzi li metto insieme e scopro quanto spendiamo per tutti quei bambini che hanno scelto il secondo modo. Allora quello che mi viene lo divido per il numero di bambini che hanno scelto il secondo modo e scopro quanto dovrà portare chi ha scelto il secondo modo.

E' interessante analizzare questo protocollo, in quanto in esso possiamo notare delle potenzialità insite nel bambino, che però vengono vanificate dalla completa

confusione procedurale. In casi come questo è fondamentale un preciso e costante intervento di interazione insegnante/alunno.

**Mara** - Noi dobbiamo sapere quanti cartoncini rossi ci possono stare in un metro quadrato. Se ci stanno tutti e 16 in un cartoncino di un metro quadrato non ne compro altri però invece se non ci stanno 16 cartoncini ne compreremo un altro. Se avanza del cartoncino toglieremo dalla cifra che noi abbiamo pagato la cifra che costano gli avanzi del cartoncino. Per il nastro colorato ne compreremo due metri e se ce ne avvanzerà leveremo l'avanzo dal costo pagato invece se non basta compreremo un altro nastro da due metri. Se fosse giusto come misura non ne compreremo altri.

La bambina si appoggia all'esempio numerico; intuisce che si tratta di riportare più volte un'estensione, ma non riesce a gestire la complessità della situazione cadendo nello stereotipo della "ricerca del costo".

Possiamo pertanto notare come il lavoro su un PCISP:

- include attività riguardanti problemi di tipo A) che tuttavia risultano "cognitivamente orientate", in quanto le attività di identificazione dei dati mancanti (e delle alternative possibili) stabiliscono una prima relazione tra "scopo" e "dati" (e "alternative") che procede dallo "scopo" ai "dati" (e alle "alternative");
- introduce elementi di novità rispetto ai problemi di tipo A):
  - \* necessariamente: identificazione e reperimento dei dati mancanti in relazione allo scopo, con formulazione di richieste precise per ottenerli;
  - \* e, a seconda dei casi, anche: identificazione e presa in considerazione analitica di alternative diverse per raggiungere lo scopo).

### **5.1.2 Esemplificazione di una situazione di classe: seconda tappa**

Il lavoro è proseguito con l'attività di confronto di ragionamenti. Per facilitare il confronto l'insegnante ha scisso la situazione problematica: quanto cartoncino comperare e, successivamente, quanto nastro adesivo (*questa attività è riportata a pag. P54 e seguenti*).

#### Il confronto di ragionamenti sulla quantità di cartoncino da comperare.

L'attività si è svolta in tre momenti:

- a) confronto individuale su tre ragionamenti (scelti ad hoc dall'insegnante in modo da condurre la riflessione sulle caratteristiche fondamentali necessarie ad un ragionamento che progetti la costruzione della strategia risolutiva);
- b) discussione sui ragionamenti;
- c) problema individuale con dati numerici richiesti al maestro.

#### a) Attività di confronto

Scegli fra questi tre ragionamenti quello che ti sembra più completo e spiega perchè non hai scelto gli altri.

A) Noi dobbiamo sapere quanti cartoncini ci possono stare in un metro quadrato. Se ci stanno tutti e 16 in un cartoncino da un metro quadrato non ne compro altri, se invece non ci stanno ne compreremo un altro.

B) Per sapere quanto cartoncino colorato bisogna comperare, devo sapere già da subito la superficie di un cartoncino, poi moltiplicarla per i cartoncini che ci servono ed infine il risultato sarà la misura di superficie del cartellone colorato.

C) Sapendo a quali misure vendono il cartoncino, calcolerò prima quanto cartoncino ci serve, sapendo le misure di ogni foglio. Dopo averle sapute posso calcolare quanti fogli ci stanno in un cartoncino e poi vedo quanti ne dovrò comprare per averne 16.

Si riportano alcuni ragionamenti, esemplificativi di quanto l'attività di confronto possa aiutare ad "entrare" nel pensiero altrui:

**Andrea** - Il ragionamento che mi sembra più completo è quello C. Dico questo perchè il B dice di moltiplicare la superficie di un cartoncino per quelli che ci servono: alla fine è un numero di superficie, non di cartoncini. Quello A

invece dice sì di dividere quanti fogli di cartoncino colorato ci stanno in un formato standard, ma non dice di prendere le misure di ogni foglio.

L'attività di confronto è ben espressa in questo ragionamento. Il bambino non commenta il ragionamento scelto, evidenzia invece i difetti degli altri due, colti grazie al confronto: ciò che è contenuto in A (dividere quanti fogli di cartoncino colorato ci stanno in un formato standard) non è in B, e B dà per implicito il calcolo della superficie, cosa che non è in A (non dice di prendere le misure di ogni foglio).

**Katia** - Secondo me il testo che è più completo è il testo B. Non ho scelto il testo A e il testo C perchè non spiegano in che modo pensano di fare per sapere quanto cartoncino colorato ci serve, cioè io da queste frasi non capisco come vogliono calcolare quanto cartoncino occorre. Nel testo A leggo: "DOBBIAMO SAPERE QUANTI CARTONCINI CI POSSONO STARE IN UN METRO QUADRATO..." Io non capisco in che modo vuole farlo. Leggo nel testo C:

"SAPENDO A QUALI MISURE VENDONO IL CARTONCINO, CALCOLERO' PRIMA QUANTO CARTONCINO CI SERVE..." Io mi posso chiedere: "come pensa di calcolarlo?". Il testo A e il testo C spiegano meglio la seconda parte del loro ragionamento.

La bambina coglie le caratteristiche dei tre testi, anche se dà maggiore importanza alla spiegazione dell'operazione rispetto al progetto di utilizzazione.

**Stefano S.** - Secondo me il ragionamento più completo è il B. Non ho scelto A o C perchè in quello A manca come si fa a sapere quanti fogli ci stanno in un metro quadrato, poi, più che un ragionamento, a me sembra un'ipotesi. Il C non l'ho scelto perchè non dice come fa a calcolare quanti fogli ci stanno in un pezzo di cartoncino colorato.

Anche Stefano dà maggiore importanza alla spiegazione delle operazioni, ma è interessante notare come interpreti la procedura attraverso l'esemplificazione (sembra un'ipotesi),

**Federico** - Secondo me il ragionamento più completo è il ragionamento C. Secondo me il ragionamento A non va bene perchè il maestro nella consegna non ha mica dettato che bisognava trovare il metro quadrato. Io non sono neanche d'accordo con il ragionamento B perchè non bisogna sapere subito la superficie del cartoncino, prima bisogna sapere quanto è il perimetro del cartoncino.

**Sergio** - Secondo me il ragionamento più completo è il ragionamento B. Gli altri due non sono precisi, perchè quello A parla soprattutto del cartoncino che usiamo, però non parla tanto del ragionamento. Quello C invece scrive cose non complete perchè se uno che viene da un'altra classe legge certi pezzi scritti non capisce bene e si dovrà porre delle domande.

Entrambi i bambini non riescono a gestire il confronto. Sarebbe stato necessario un intervento diretto dell'insegnante per sgrovigliare il pensiero del bambino.

#### b) Discussione sui ragionamenti

Dopo la discussione l'insegnante ha preparato una sintesi allo scopo di evidenziare gli aspetti fondamentali emersi e preparare il terreno per ripartire, questa volta con un problema individuale di tipo B).

Nella discussione abbiamo cercato di chiarire quali aspetti guardare per considerare "completo" un ragionamento. Nei tre ragionamenti si parla soprattutto di che cosa fare, molto meno di come farlo. Dovendo ragionare senza conoscere le misure era importante dire la successione di cose da fare più che dire nel dettaglio le operazioni da compiere. Da questo punto di vista il ragionamento che "fila" di più è il C perchè:

- \* vuole sapere le misure di un cartellone
- \* vuole sapere quanto cartoncino serve ad ognuno
- \* calcola quanti fogli ci stanno in un cartellone

\* vede quanti cartelloni comprare.

Tutti siamo convinti che questo ragionamento è ordinato e dice tutte le cose che bisogna fare per sapere quanti cartelloni ci servono. Tutti però pensano che in questo ragionamento manchi la specificazione di come fare le cose indicate.

E' vero! Però questo è un altro pezzetto del problema: lo affrontiamo subito.

#### c) problema individuale

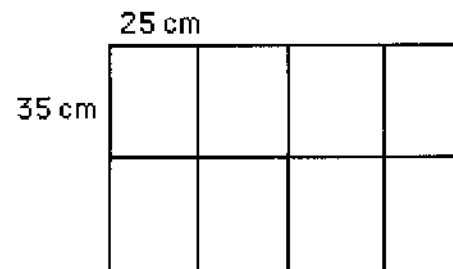
Si riportano a titolo esemplificativo due protocolli: nel primo non vi è stato intervento dell'insegnante (salvo quello di fornire i dati); nel secondo possiamo vedere invece come l'interazione insegnante/alunno sia fondamentale per la costruzione della strategia risolutiva.

#### ANDREA:

Dati richiesti al maestro:

- misure del foglio che serve ad ognuno:  $25 \times 35 \text{ cm}$
- misure dei cartelloni venduti in cartoleria:  $70 \times 100 \text{ cm}$

Faccio il disegno ridotto in scala 1:10



Devo comprare 2 cartelloni perchè la larghezza di un foglio se la ripeti per 4 fa 100 però vale solo per il lato di sopra (fra le due metà), quindi se in una metà ce ne stanno 4, nell'altra 4, allora in un cartellone ci stanno 8 fogli, quindi comprerò due cartelloni.

#### MARA:

A me serve sapere la misura del foglio.

Ins. Spiegati bene

Quanto è largo e quanto è lungo ogni foglio che ci serve

Ins.: Ogni foglio è largo 25 cm e lungo 35 cm.



Adesso so quanto cartoncino serve a ognuno. E' un rettangolo largo 25 cm e lungo 35 cm. Però maestro non so quanto è grande il cartellone.

*Ins.: Le misure del cartellone sono 70 x 100 cm*

Adesso devo vedere quanti fogli posso fare su un cartellone. Se faccio 35 + 35 fa 70 cm ed è come se due fogli ci stavano già sul lato corto del cartellone. Se poi continuo ad affiancare i fogli a due a due fino alla fine del cartellone vedo che devo contare tante volte il lato di 25 cm. Ci sta 4 volte. Allora in ogni cartellone ci stanno 4 fogli.

*Ins.: Rileggi il tuo ragionamento con attenzione e controlla se hai tenuto conto di tutto..*

Mi sono sbagliata, ce ne stanno 8 perchè ne consideravo due alla volta. Allora i cartelloni da comprare sono due.

In modo naturale, in questo tipo di problema si creano delle interazioni insegnante/alunno che riguardano la selezione, la raccolta e l'uso dei dati.

L'interazione può coinvolgere anche la classe in fase di determinazione dei criteri di scelta tra le diverse alternative.

Il lavoro sui PCISP costituisce pertanto un "ambiente di apprendimento" in cui il ruolo principale dell'insegnante durante l'interazione con l'alunno si sposta:

.... dalla funzione di "porre eventuali domande intermedie sull'utilizzazione dei dati forniti nel testo in relazione allo scopo da raggiungere" (se l'alunno non riesce a far ciò da solo).....

.....alla funzione di "stimolo all'analisi dello scopo da raggiungere in relazione ai dati che necessariamente devono essere richiesti dall'alunno e alle eventuali alternative da prendere in considerazione" e di "sollecitazione critica sull'uso dei dati, in relazione alla proposte fatte dall'alunno".

### **5.3 Dinamiche personali e dinamiche sociali attivate nei PCISP; loro reinvestimento nei problemi standard**

In relazione all'analisi preliminare condotta al punto precedente, nel quadro della nostra "teoria delle ipotesi" si possono intravedere alcuni collegamenti tra dinamiche mentali nei PCISP e dinamiche risolutive dei problemi standard: nei PCISP l'alunno è sollecitato a immaginare le modalità per il soddisfacimento del bisogno (= scopo) indicato nel testo, e quindi a costruire delle alternative possibili (circa le "cose" di cui ha bisogno, le modalità per procurarsele, l'uso da farne in relazione allo scopo). Può investire tale esperienza di lavoro intellettuale nei problemi standard, imparando a collegare ("a ritroso") lo scopo da raggiungere (soluzione) a possibili alternative riguardanti i dati (forniti dal testo) da utilizzare e i modi per utilizzarli.

Però con questo livello di analisi si tratta ancora di collegamenti piuttosto generali e "astratti" rispetto alle dinamiche mentali reali che intervengono, rispettivamente, nella risoluzione dei PCISP, e nella risoluzione dei problemi standard; e inoltre restano in ombra le possibili funzioni dell'interazione con l'insegnante nei due casi.

Proviamo allora ad esaminare più da vicino e più a fondo quello che accade nella reale dinamica risolutiva a cui dà luogo un PCISP:

\* il bambino riflette sulla soluzione da cercare, sulla "domanda" posta, sullo scopo da raggiungere: in questo momento, non ha dati (o, se ne ha qualcuno, non se ne occupa); a poco a poco comincia a formulare all'insegnante delle domande orientate dalle caratteristiche della soluzione cercata (scopo da raggiungere) e/o dalle informazioni già disponibili, domande attraverso le quali il bambino via via costruisce, con l'aiuto dell'insegnante, scenari mentali possibili per il raggiungimento dello scopo.

Non ci dobbiamo stupire del fatto che in questa fase a volte le domande poste dal bambino non siano "strutturalmente" necessarie per il raggiungimento dello scopo; in effetti molto spesso esse servono ad "arredare" l'ambiente mentale in cui il bambino

costruisce il suo ragionamento (domande apparentemente "inutili" tipiche sono quelle che riguardano informazioni sul "quando" e sul "dove" deve avvenire il "fatto" a cui si riferisce il problema - ad esempio, un acquisto).

- \* nel dialogo che si instaura con l'insegnante,
- ... l'insegnante impone una divisione di compiti con l'alunno: in pratica, è come se gli dicesse: *"è tuo compito di alunno selezionare i dati necessari per affrontare con successo il problema, è altresì tuo compito richiederli, con la dovuta precisione e esplicitare l'uso che intendi farne; è mio compito di insegnante fornirti i dati in una delle forme standard con cui essi compaiono nei problemi, o rinviarti a una fonte alla quale attingerli"*
- ... l'insegnante corregge via via il tiro delle domande dell'alunno, chiede precisazioni, ... e infine (quando la domanda è sufficientemente precisa e adeguata al raggiungimento di una informazione utile) fornisce la risposta, magari non fornendo il dato richiesto, ma un dato grezzo da cui il dato richiesto può essere ricavato con una elaborazione....
- ... l'insegnante generalmente fornisce i dati in una delle forme standard con cui compaiono nei problemi standard, con ciò orientando il bambino alla ricerca, a partire dalle caratteristiche della soluzione da determinare, di quel tipo di dati e di quel modo di formularli che normalmente si trovano nei testi dei problemi standard;

Vediamo come esemplificazione di quanto detto una interazione scritta insegnante/allievo su PCISP (classe IV, a.s. 97/98, Piossasco, ins. Nara Soncini).

#### Testo problema

Abbiamo deciso di produrre il gelato alla crema, in classe. Occorre preparare un preventivo di spesa per questa produzione. Ognuno di voi, ora cercherà di "costruire" tale preventivo scrivendo sul quadernone anche le domande che volete fare alla maestra per avere

le informazioni indispensabili e necessarie alla preparazione del preventivo stesso.

In **CORSIVO** si riporta il testo del bambino; in **stampato** l'interazione dell'insegnante.

**Quali sono gli ingredienti?**

Sono 5 uova; 200 gr di zucchero; 600 gr di panna da montare.

**Quali sono gli attrezzi?**

Frullatore elettrico, frullatore a mano, alcuni contenitori, un cucchiaino, la bilancia.

**Quanto costano in tutto gli ingredienti?**

Dipende da quanti ingredienti vuoi. Ti vanno bene le quantità scritte sopra?

**Secondo me sì. Ma gli attrezzi dove li prendi?**

Tu come pensi di fare?

**Potremmo portare da casa quelli che non abbiamo.**

Va bene.

**Quanto gelato useremo?**

Devi decidere tu, quanto dobbiamo prepararne.

**Abbiamo detto che dobbiamo guardare sempre gli ingredienti cioè la quantità quindi dovremmo prendere la ricetta adatta; quindi quanti saremo a mangiare il gelato?**

Saremo tutti noi: 11 bambini, 4 maestre, 1 bidella. cioè 16 persone. La ricetta che ti ho dato subito, è per 20 persone.

**Ma, secondo me non dobbiamo aggiungere più ingredienti, quindi è giusto. Io lascerei così gli ingredienti.**

**Se noi dobbiamo calcolare il preventivo cioè la spesa quanto costerebbe in tutto?**

Io so che 6 uova costano 2000 lire; 1 kg di zucchero costa 1750 lire e 1 barattolo di panna costa 2230 lire.

**Questa domanda dovevo fartela prima: chi è che pagherà tutto quello che devi comprare, cioè gli ingredienti?**

Pagheremo un po' per uno.

**Ma la quantità di prezzi è solo questa, o è altra?**

Osserva quello che abbiamo già scritto.

Tu mi ha dato il prezzo di 6 uova, ma noi dobbiamo usarne solo 5 quindi faccio finta di far costare un uovo a 350 £, perchè  $6 \times 300 = 1800$ . Quindi adesso calcolo il prezzo di tutte le uova che è 2000 e poi tolgo il prezzo di un uovo che è 350 e trovo il prezzo di tutte e 5 le uova.

$$\begin{array}{r} 2000 - \\ 350 = \\ \hline 1650 \end{array}$$

Io so che lo zucchero costa 1750 £ al kg ma noi dobbiamo usarne solo 200 gr.

ecc. ecc.

\* il bambino può così gradualmente **interiorizzare una dinamica interpersonale di "ricerca dialogica del dato" per successive approssimazioni che procedono dalla soluzione cercata al dato su cui lavorare e che prevedono già una qualche idea di come utilizzarlo ai fini del raggiungimento della soluzione/scopo**; in sostanza, le domande che il bambino rivolge verso l'esterno-insegnante possono gradualmente diventare domande che il bambino rivolge verso l'interno, in particolare chiedendosi "di cosa ha bisogno per raggiungere la soluzione/scopo".

### 5.3.1 Esemplificazione di una situazione di classe: terza tappa

Attività di ragionamento sulla quantità di nastro adesivo da comperare

L'attività si svolge in tre momenti:

- ricerca individuale delle indicazioni per le operazioni necessarie effettuata in un ragionamento estraneo
- confronto (individuale) fra tre testi, scelti dal maestro fra quelli prodotti precedentemente
- discussione e sintesi

a) ricerca individuale

Questa volta l'insegnante propone un solo ragionamento, con l'indicazione di estrarre da esso le indicazioni su cosa bisogna fare per sapere quanto nastro adesivo comperare.

Con questa attività si portano i bambini a cercare in un ragionamento esterno a loro le domande che la compagna si è posta per raggiungere la soluzione/scopo.

**Ragionamento di Giorgia:** "Io per sapere quanto nastro ci serve potrei vedere quanto è lungo il perimetro di un cartoncino. Siccome noi dobbiamo mettere il nastro sul perimetro a questo punto so quanto nastro ci serve per uno di noi. Quel totale lo moltiplico per quanti siamo noi (19) e so quanto nastro ci serve per tutta la classe. Poi dovrò chiedere al maestro quanto è lungo un rotolo di nastro e vedo se mi basta comprarne uno."

#### Vera

- Vuoi sapere quanto è lungo il perimetro di un cartoncino
- vuole sapere quanto nastro serve per ognuno
- calcola quanto nastro serve per tutta la classe
- vuole sapere quanto è lungo un rotolo di nastro
- calcola quanti rotoli comprare

#### Katia

Lo scopo è :

- sapere quanto nastro comprare
- vuole sapere quanto nastro ci vuole in un cartoncino
- vuole sapere le misure di un rotolo di nastro
- vuole vedere se le basta il nastro

#### Lorena

- deve sapere qual è la lunghezza del rotolo di nastro
- deve sapere qual è il perimetro del cartoncino
- vuole sapere quanto nastro adesivo serve alla classe e ad ognuno di noi

Si notino le diverse dinamiche di ricerca dialogica del dato, applicata ad un ragionamento estraneo: Katia e Lorena partono da uno scopo finale, differente per entrambe, (quanto nastro comprare; qual è la lunghezza del rotolo di nastro); Vera invece procede seguendo le domande autopostesi da Giorgia.

#### b) Attività di confronto

L'insegnante propone per il confronto tre testi di cui due (A e C) sono completi nei vari passaggi, ma formalmente si presentano differenti, e nel testo B sono omessi dei passaggi logici.

Da notare inoltre come, con questa attività, si entra ulteriormente nelle dinamiche mentali altrui (*vedi anche importanza per l'accesso alle idee altrui, pag. P30/P33*).

Confrontiamo tre testi a proposito del ragionamento di Giorgia. Vi ricordo che il vostro compito era di estrarre le informazioni su "CHE COSA SI DEVE FARE PER SAPERE QUANTO NASTRO ADESIVO SI DEVE COMPERARE".

#### Testo A

- \* sapere quanto è lungo il perimetro di un cartoncino
- \* sapere quanto nastro serve per ognuno
- \* calcolare quanto nastro serve per tutta la classe
- \* sapere quanto è lungo un rotolo di nastro
- \* calcolare quanti rotoli comprare

#### Testo B

- \* vedere la lunghezza del "contorno" di un cartoncino
- \* chiedere al maestro la lunghezza di un rotolo
- \* vedere se gli basta un rotolo

#### Testo C

- \* vuole misurare il perimetro di un cartoncino per sapere quanto nastro serve ad ognuno
- \* vuole sapere quanto nastro serve a tutta la classe
- \* vuole sapere a che lunghezza viene venduto il nastro e vedere se un rotolo basta

Controlla la rispondenza, rispetto al ragionamento di Giorgia, di ognuno di questi testi, scrivendo le tue osservazioni. Abbiamo detto che il ragionamento di Giorgia "fila", nel senso che dice tutte le "operazioni" che si devono fare, collegandole in un ordine logico: quale (o quali) di questi testi ti pare esprimere in modo sintetico il ragionamento della tua compagna?

I protocolli che si riportano vogliono essere esemplificativi di quanto possa produrre l'attività di confronto. Per questo si sono scelti i testi dei bambini che precedentemente avevano presentato grosse difficoltà. Leggendo in sequenza i loro protocolli, possiamo riscontrare un aumento nella capacità di entrare nella situazione problematica

**Simone** - Secondo me i testi più precisi sono A e c; il testo B dimentica un passaggio (cioè di ripetere la misura del perimetro di un foglio per 19).

**Federico** - Le mie osservazioni che ho da fare sul testo A - B - C sono queste:

- 1) il testo A dice tutte le cose che gli servivano a Giorgia per sapere quanto nastro adesivo comprare, quanto ne serve ad ognuno e quanto ne serve a tutta la classe.
- 2) il testo B secondo me non dice tutte le cose che dice Giorgia, per esempio nel secondo punto non specifica che il totale per una sagoma lo ripete per quanti siamo.
- 3) il testo C secondo me specifica tutte le cose che ha detto Giorgia nel suo testo. Secondo me il testo che assomiglia di più al testo di Giorgia è il testo A e C.

**Sergio** - Io ho notato che il testo C dice le stesse cose di Giorgia, però in una informazione ne collega due insieme, perchè ho notato che mentre Giorgia certe cose le dice in due o tre informazioni, nel testo C le ritrovi in una informazione unica. Ho notato che il testo B invece molte informazioni non le dice ad esempio che dobbiamo calcolare quanto nastro serve per tutta la classe ed è meno completo. Invece il testo A dice le stesse cose di Giorgia con lo stesso numero di informazioni solo che le dice con parole diverse.

#### c) Sintesi della discussione

Il testo C è il più vicino al ragionamento di Giorgia e dice con precisione e completezza ciò che si deve fare.

Il testo A contiene una ripetizione: il primo e il secondo punto significano la stessa cosa (la misura del nastro necessario a contornare il profilo), ma la esprimono in modo diversi: riferendosi al perimetro del foglio e pensando al nastro che serve per ognuno di noi.

Il testo B è incompleto: manca l'indicazione del nastro necessario per tutti i profili: senza questo passaggio il ragionamento non fila, perchè non si potrebbe stabilire se la lunghezza del rotolo di nastro è sufficiente oppure no.

\* Con i dati a disposizione in un testo di problema standard, la tendenza più diffusa (in particolare tra i bambini di livello medio e basso) è quella a farne un uso immediato e "ansioso", proiettandoli più o meno sensatamente verso la soluzione con "operazioni" suggerite da analogie con casi simili, o da "indicatori testuali" ("quanto spende in tutto?"), o da un superficiale confronto tra i dati disponibili e la soluzione richiesta...

...e a quel punto l'insegnante, se vuole sviluppare l'autonomia dell'allievo, non può intervenire, perchè ciò vorrebbe dire formulare quelle questioni intermedie che l'allievo deve porsi (come condizione di progettualità autonoma); e d'altra parte se l'insegnante interviene consente, sì, all'allievo di pervenire alla risoluzione del problema, ma non ne sviluppa l'autonomia.

\* D'altra parte, se l'insegnante interviene spesso con i bambini in difficoltà nei problemi complessi standard può provocare un processo di interiorizzazione del meccanismo della domanda che però non è orientato dall'analisi della soluzione cercata e dall'anticipazione del processo risolutivo.

In effetti **non è solo importante che il bambino impari a porsi delle domande, è anche importante che le domande che si pone siano orientate in senso progettuale**: "cosa possono fare con i dati disponibili" non è, in questo senso, una buona domanda. Le buone domande da auto-porsi nei problemi standard dovrebbero essere: "di

quali informazioni ho bisogno per avvicinarmi alla soluzione? Come posso procurarmele in relazione alle informazioni disponibili? Come posso utilizzarle per avvicinarmi alla soluzione?".

L'analisi di queste "buone domande" che l'allievo dovrebbe imparare ad auto-porsi **evidenzia la loro stretta parentela con le domande che il bambino pone (e può imparare ad autoporsi) nei PCISP**

\* .... invece nel caso dei problemi standard la formulazione delle questioni intermedie è inesorabilmente legata al fatto che i dati nel testo ci sono, e sono già denominati in forma standard, per cui l'attenzione dell'allievo (soprattutto dell'allievo "debole", che è debole anche e soprattutto per deficit di progettualità) si concentra sulla loro utilizzazione immediata, non sulla loro "presa in carico" in funzione dello scopo da raggiungere; così nella dinamica mentale la scelta delle modalità d'uso dei dati avviene prima dell'anticipazione relativa al progetto di uso dei dati in funzione della soluzione. D'altra parte la denominazione dei dati (proprio perchè già fornita in forma standard) non impegna il bambino nel compito di farsene carico cognitivamente per quello che effettivamente la denominazione "rappresenta" in relazione all'informazione utile per avvicinarsi alla soluzione: tutti abbiamo ben presenti gli errori che i bambini (soprattutto di livello medio e basso) compiono nell'interpretare in modo errato un dato!

\* il punto nodale è fare sì che il bambino costantemente si chieda **di quali informazioni pensa di aver bisogno per avvicinarsi alla soluzione, facendole discendere dalla soluzione cercata e mettendole in relazione con i dati disponibili....**

... cioè spostare l'attenzione sulla soluzione e sul meccanismo che consiste nel fare discendere dalla soluzione la posizione delle domande di informazioni e l'elaborazione dei dati disponibili necessaria per ottenere tali informazioni....

.... e **nel caso dei PCISP** la soluzione (lo scopo da raggiungere) è ben presente, e (a differenza dei problemi standard) i dati non ci sono, per cui viene "forzato" proprio il processo che consiste nel far discendere dalla soluzione le domande di informazioni .....

- \* .... passando ai problemi standard, le informazioni non dovranno essere richieste all'insegnante o all'agenzia di viaggi o allo zio trasportatore; esse dovranno essere denominate con precisione e ricavate dai dati disponibili con un processo "costruttivo" guidato dalle caratteristiche individuate sulla base del progetto complessivo di utilizzazione delle informazioni stesse ....
- \* e allora i dati disponibili diventeranno gli oggetti da elaborare per ottenere le informazioni necessarie per avvicinarsi alla soluzione, in un processo che scende dalla soluzione alla individuazione delle informazioni intermedie necessarie per raggiungerla, alla successiva precisazione dei dati utili per ottenerle, alla costruzione della strategia per ottenerle, al loro uso per avvicinarsi alla soluzione....
- \* senza peraltro trascurare quelle informazioni "superflue" che servono ad arredare lo "spazio visivo interno" e a predisporlo per produttivi movimenti della mente tra soluzione cercata e dati disponibili ....