

MATEMATICA: ARITMETICA E PROBLEMI

(per approfondimenti, vedi "didattica dei problemi", in Linee metodologiche)

Obiettivi prioritari

Essi riguardano :

- il consolidamento della padronanza del numero, in particolare per quanto riguarda la scrittura decimale-posizionale consapevole dei numeri con due e (a fine anno) tre cifre significative (a fine anno, oltre il 90% dei bambini hanno un sufficiente controllo del significato delle cifre nella scrittura di un numero come 45 o come 4500);
- il consolidamento dei significati dell'addizione e l'estensione dei significati della sottrazione (a fine anno, in media, oltre il 95% dei bambini hanno una sufficiente padronanza dei significati dell'addizione e della sottrazione "di completamento" in situazioni di compra-vendita-pagamento ed in situazioni di durate; per la sottrazione "di rimanenza" - "quanto mi resta se ... " - raggiungono una sufficiente padronanza oltre il 70% dei bambini, mentre per i problemi di "resto monetario" oltre un terzo dei bambini manifesta ancora delle incertezze)
- l'approccio alla moltiplicazione (come addizione ripetuta) e alla divisione "di contenenza", in problemi che riguardano acquisti e valutazione di durate e di lunghezze (a fine anno, in media oltre metà della classe dimostra sufficiente padronanza di questi significati, a condizione che il lavoro sulla divisione "di contenenza" sia stato avviato all'inizio della classe II);
- un primo incontro con la divisione "di partizione" nella situazione più significativa e formativa (quando cioè il numero delle parti può variare);
- la risoluzione di semplici problemi che richiedono più di una operazione (ad esempio, una addizione e una sottrazione - o una addizione e una moltiplicazione- o una sottrazione e un confronto);
- l'approccio ai formalismi standard della sottrazione (con uso del segno -) e della moltiplicazione (con uso del segno x);
- l'uso del formalismo dei grafi per rappresentare strategie risolutive a più tappe (in problemi a più operazioni, o nelle strategie di calcolo per i problemi ad una operazione);
- la padronanza consapevole (riferita al modello significativo dell'addizione sull'abaco delle monete) della tecnica dell'addizione in colonna (questo obiettivo si può considerare raggiunto in media da oltre il 90% dei bambini a fine anno);
- l'approccio ragionato (con riferimento al modello significativo della sottrazione in colonna sull'abaco delle monete) alla tecnica di calcolo scritto della sottrazione in colonna , che verrà ripresa a fondo in III;
- lo sviluppo del calcolo mentale, che deve comprendere la memorizzazione della tabellina dell'addizione (fino a $10 + 10$) e, se la classe lo consente, i primi calcoli mentali con strategie (ad esempio, il calcolo di $9 + 12$ come $9+10+2$) (di fatto, entro la fine della II in media oltre l'80% dei bambini sanno eseguire a mente abbastanza in fretta addizioni fino a $10+10$ avendo memorizzato oltre metà delle addizioni con addendi inferiori al 10).

Linee di lavoro e indicazioni operative specifiche:

- per la costruzione dei **significati delle operazioni** vanno utilizzate esclusivamente situazioni problematiche ben inserite nel contesto dei temi affrontati in classe e nella vita della classe; potrà trattarsi di problemi utili per approfondire aspetti specifici delle unità didattiche trattate (ad esempio : *"nell'orto, i semi di pisello sono stati seminati il 16 febbraio e le piantine sono spuntate il tre marzo; in classe abbiamo piantato i piselli il 25 febbraio e le piantine sono spuntate il 7*

marzo. Hanno impiegato più tempo a spuntare le piantine in classe o quelle fuori ?"), o di problemi naturalmente associati alle attività previste nelle unità didattiche (valutazione dei costi delle produzioni effettuate), o di problemi realistici, "satelliti" di problemi motivati dal contesto del tema affrontato (valutati i costi della produzione da effettuare, ci si può chiedere "se pago con una banconota da 10000 lire quanto devo ricevere di resto?"), o infine di problemi connessi con le vicende della classe (ad esempio, preventivi di spesa per la gita; giorni di scuola che mancano alla fine dell'anno; ecc.);

- per la costruzione dei significati delle operazioni è anche utile proporre problemi aritmetici senza dati numerici esplicitati, in cui si richiede di indicare il procedimento che si seguirebbe se fossero noti i dati (come verrà meglio dettagliato nel capitolo apposito sulla "didattica dei problemi" a proposito dell'unità didattica "economia" e dei preventivi di spesa). In effetti, tali problemi obbligano il bambino a ragionare sui significati delle operazioni e sulla loro concatenazione senza lasciarsi distrarre dai numeri (molti bambini tendono a effettuare calcoli con i numeri a disposizione senza troppo riflettere su "quali calcoli"). Oltre a "economia", anche le altre unità didattiche e la vita della classe offrono occasioni per proporre problemi aritmetici senza dati numerici esplicitati. L'insegnante dovrebbe essere pronto a sfruttare tutte le situazioni che si possono presentare. Altri tipi di problemi che è opportuno proporre in II sono descritti nel capitolo sulla "didattica dei problemi", in *Linee metodologiche*;

- è bene alternare per tutto l'anno problemi con operazioni (e significati delle operazioni) diverse, evitando il formarsi di schemi fissi e sollecitando i bambini alla scelta ragionata delle operazioni da eseguire;

- una volta consolidati i significati dell'addizione (composizione e scomposizione additiva), è bene che i bambini arrivino in modo ragionato alla tecnica di calcolo scritto, appoggiandosi all'abaco delle monete e via via interiorizzando il procedimento di calcolo in colonna, così "naturale" sull'abaco;

- per la sottrazione, le strategie di calcolo dei bambini tendono ad appoggiarsi a lungo al significato di "completamento", e questo anche in problemi in cui intervengono significati diversi (d'altra parte è ben noto che in tutto il mondo il calcolo mentale del resto monetario avviene "per completamento": "2700, 2800, 2900, 3000, 4000, 5000"). I bambini tendono a risolvere "per completamento" sia un problema in cui si tratta di stabilire "quanto mi manca per comprare una cosa che costa 2500 lire se ho solo 1800 lire", sia (spesso) un problema in cui si tratta di stabilire "quanto mi resta, se avevo 2500 lire e ne ho spese 1800".

Per questo motivo verso la fine del I quadrimestre/ inizio del II quadrimestre è opportuno "forzare" (ed evidenziare) l'emergere del significato "di togliere" della sottrazione con situazioni numeriche opportune in problemi del tipo "quanto resta", ad esempio: "avevamo in cassa 5400 lire, abbiamo speso 200 lire, quanto ci resta": è probabile che spontaneamente parecchi bambini adottino una strategia di calcolo che comporta la "sottrazione" delle 200 lire, il ragionamento seguito potrà essere valorizzato e schematizzato "ufficialmente" con $5400 - 200 = 5200$, con richiesta di registrare ciò su tutti i quaderni.

Fino a quel momento (gennaio/febbraio) è opportuno che eventuali usi del segno - restino confinati ad un rapporto "privato" dell'insegnante con quei bambini che vengono a contatto con esso a casa ed effettivamente ragionano "togliendo" e possono quindi trarre un qualche profitto dal vedere rappresentato sul foglio il loro modo di ragionare con un segno a loro già familiare.

Se ciò comporta difficoltà, fino a gennaio/ febbraio non è però negativo che eventuali ragionamenti realizzati "togliendo" vengano rappresentati solo a parole!

- per la sottrazione, verso la fine dell'anno si può osservare che in problemi di "quanto resta" con valori numerici opportuni ($6500 - 300$, per poi arrivare anche a $4000 - 200$) i bambini si

famigliarizzano con l'incolonnamento sull'abaco e con la sottrazione in colonna . Il caso del "prestito" non comporta particolari difficoltà se i bambini hanno (tra la I e la II) acquisito una sufficiente familiarità con il cambio sull'abaco: ad esempio, in 4000 - 200 alcuni bambini propongono loro stessi di *"prendere 1000 lire dalle 4000, cambiarle in 10 da 100 e poi togliere 200... resta 800 ...e allora fa 3800"*

- per la moltiplicazione, non vi sono particolari difficoltà con il significato di "addizione ripetuta" e con l'introduzione del segno \times . Occorre tuttavia avvertire che finché i bambini non si saranno impadroniti (in III) di tecniche di calcolo scritto delle moltiplicazioni lo scrivere $700 + 700 + 700 + 700 + 700 = 700 \times 5$ è solo un esercizio formale "per accontentare l'insegnante", tanto poi il calcolo andrà eseguito attraverso addizioni successive

- per la divisione di contenenza è opportuno proporre fin dall'inizio dell'anno molti problemi in contesti diversi (di "economia" - *"quante cose da ... posso comprare con ? "*; relativi a durate : *"quanti turni di 5 giorni l'uno di addestramento all'uso del calcolatore in 23 giorni ?"*; e poi anche relativi a lunghezze: *"quanti fogli da disegno da 42 centimetri posso sistemare su 110 centimetri di parete ? "*)

E' opportuno rispettare le strategie proposte dai bambini e secondarle (salvo poi, soprattutto nel II quadrimestre, cominciare a realizzare il confronto tra le strategie prodotte - vedi punto successivo). Anche in relazione al tipo di problema proposto (variabili, dati numerici...) alcuni bambini preferiscono avvicinarsi progressivamente alla quantità maggiore aggiungendo via via addendi, altri svuotano progressivamente il contenitore, altri vanno per tentativi (tre volte ci sta... provo cinque... non ci sta...)

- a partire dalla fine del I quadrimestre è opportuno cominciare a realizzare in modo sistematico **"confronti di strategie"** quando si presentano occasioni favorevoli in classe.

Consideriamo ad esempio un problema in cui si tratta di decidere se con i soldi della cassa comune (9000 lire) si possono comprare sia gli ingredienti per la macedonia (5500 lire) che una scatola di pennarelli (4800 lire) ; alcuni bambini mettono insieme 5500 con 4800 e scoprono che fa 10800 lire ... troppo !

Altri bambini ragionano così: *"se compro gli ingredienti mi restano 3500 lire, troppo poche per comprare la scatola di pennarelli..."*

A questo punto si può chiedere ai singoli bambini (dopo aver distribuito due risoluzioni-tipo secondo la prima e la seconda strategia, e/o averle presentate alla lavagna) anzitutto di identificare il ragionamento più vicino al loro, e poi eventualmente di seguire l'altro ragionamento per un problema analogo con dati un po' diversi - ad esempio, se i soldi della cassa comune fossero 10000 lire e la scatola di pennarelli costasse 4200 lire

Anche se, in II, alcuni bambini non riescono ancora a entrare nel "gioco del confronto di ragionamenti", il fatto di constatare che si può ragionare in modo diverso pervenendo allo stesso risultato rappresenta una acquisizione molto importante per tutti i bambini, suggerendo loro implicitamente l'idea che non c'è un ragionamento fisso da imparare e ripetere in tutti i problemi(l'idea opposta - "imparo il ragionamento" - è purtroppo molto diffusa soprattutto tra i bambini con maggiori difficoltà nei "problemi!"). *Nella documentazione possiamo trovare alcuni esempi di gestione di confronti di strategie di calcolo ("Tempo della natura e delle attività umane" pagg 15/16; "Economia" pagg. 115 - 117 e di ragionamenti pag. 113).*

- linguaggio dei grafi : può essere introdotto nei problemi di incremento di valore dell'arancia, dal produttore al consumatore, e nei problemi di durate. Molti bambini tendono rapidamente a farne un uso esteso (probabilmente perché corrisponde bene alle loro "dinamiche" di pensiero)

- più in generale, per quanto riguarda i problemi di **rappresentazione della risoluzione dei problemi aritmetici** , salvo proporre (in situazioni significative, come abbiamo visto per i grafi e

per il segno -) l'uso di formalismi non ancora utilizzati in classe, è bene che il maestro valorizzi ancora la verbalizzazione dei ragionamenti, accompagnata (ovunque possibile) da disegni. E' infatti necessario che i bambini restino molto aderenti alle situazioni problematiche affrontate, in quanto sono in gioco l'approfondimento dei significati delle operazioni già appresi in I e l'apprendimento di nuovi significati (e quindi è necessario che la rappresentazione del ragionamento accompagni immediatamente e fedelmente il ragionamento). Un buon espediente per valorizzare il ricorso al disegno può essere quello di scegliere sempre, durante le attività di confronto di strategie risolutive, una risoluzione che si "appoggia" al disegno. Si raccomanda di esaminare con cura gli articoli di Anna Ferrara e Ezio Scali e di Ezio Scali alla fine di questo volume.

- **calcolo mentale** : la memorizzazione della tabellina dell'addizione fino a $10+10$ va condotta come esercizio a sé, "allenamento" , e come tale va presentata ai bambini . Si possono utilizzare ritagli di tempo, anche a fine mattinata; importante è procedere con regolarità .

Si può alternare " $300 + 200$ " con " $3+2$ " (per mantenere tracce di attività ampiamente svolte nelle unità didattiche) . Gradualmente si constaterà come i bambini "sveltiscono" le loro risposte, fino ad una memorizzazione almeno parziale della tabellina.

Accanto alla memorizzazione della tabellina può essere utile proporre con gradualità qualche esercizio più impegnativo (ad esempio : $15 + 8$), stimolando i bambini ad arrangiarsi . Si noterà l'affiorare delle prime strategie di calcolo mentale "ragionato" (ad esempio: " 15 e 5 fa 20 e 3 fa 23 ")

Proponendo " $4+19$ " si noterà che molti bambini scambiano l'ordine degli addendi; può essere utile fare notare ciò (senza insisterci troppo su, e soprattutto senza introdurre la denominazione di "proprietà commutativa"!)

Presupposti teorici :

gli stessi già sintetizzati nel Volume I di questo Rapporto Tecnico a proposito del lavoro aritmetico della classe I.

Essi verranno ripresi e approfonditi nel Volume VI di questo Rapporto Tecnico.

Per la classe II è opportuno sottolineare:

- di nuovo, il fatto che la padronanza delle operazioni aritmetiche si identifica con la padronanza dei loro principali significati , e che questi si costruiscono affrontando situazioni problematiche "significative" per il bambino;

- il fatto che il linguaggio verbale è uno strumento cruciale per penetrare le situazioni problematiche, per progettare e per controllare la risoluzione;

- il fatto che la rappresentazione (verbale, o grafica, o con i grafi, o con i segni delle operazioni) del ragionamento non è solo un modo di comunicare agli altri il ragionamento , ma è anche uno strumento di ragionamento, e quindi va particolarmente curata dal maestro in modo che sia il più possibile aderente al ragionamento.

MATEMATICA:GEOMETRIA

Obiettivi prioritari

Riguardano l'approccio alla misura delle lunghezze e la rappresentazione dello spazio (sia dello spazio visibile - copia dal vero ; che dello spazio ricostruito mentalmente nella sua organizzazione logica - attività sul percorso). Mentre sulla misura delle lunghezze in centimetri non si registrano gravi difficoltà (nel senso che praticamente a fine anno tutti i bambini più o meno rapidamente sanno misurare un oggetto più corto dello strumento misuratore, e molti sanno anche misurare oggetti più lunghi) , sulla rappresentazione della realtà visibile e soprattutto sulla ricostruzione verbale e grafica del percorso oltre il 30% dei bambini ha delle difficoltà sulle abilità di base

implicate, che richiederanno attività sistematiche negli anni successivi, almeno fino in IV (in altre unità didattiche).

Linee di lavoro e indicazioni operative specifiche:

Per quanto riguarda la **misura delle lunghezze**, le attività sulla semina in classe (nell'ambito dell'unità didattica "tempo della natura e delle attività umane", in particolare l'analisi della crescita delle piantine), e poi le riflessioni sulla crescita dei bambini nella "storia del bambino" motivano l'uso degli strumenti standard di misura delle lunghezze (asta o nastro graduato in centimetri, successivamente righello - e metro snodato standard). Non presenta difficoltà integrare queste attività cruciali per la classe II (finalizzate all'apprendimento dell'uso degli strumenti più comuni per misurare le lunghezze) con altre attività riguardanti:

- l'approccio alla riduzione in scala (molto ben motivato quando si tratta di riportare sul quadernone le misure delle piantine più alte del foglio del quadernone, o le stature dei bambini); ci si può limitare, in II, a riduzioni assai facili da eseguire- 1 cm = 1 quadretto; o 10 cm = 1 quadretto
- la familiarizzazione con il fatto che in un metro ci sono 100 cm, e l'individuazione dei millimetri (10 millimetri formano 1 centimetro)

Si raccomanda comunque di fare attenzione al fatto che nel misurare i bambini tendono a contare le tacche, e non gli spazi tra le tacche; se questo comportamento non è tenuto sotto controllo e superato con la riflessione su cosa significa misurare ("contare gli spazi".....) i bambini rischiano a volte di contare la prima tacca (quella dello zero) sbagliando sistematicamente di uno le loro misure.

Per quanto riguarda la **rappresentazione dello spazio**, il piano di lavoro comprende due attività che in parte molti insegnanti intrecciano nel lavoro sui "percorsi" : appunto, l'attività sui "percorsi" e il disegno dal vero.

Rinviando alla documentazione assai ampia e dettagliata contenuta nel testo di A. Rondini a pag. 197 per quanto riguarda le attività (anche di "disegno dal vero") connesse al "percorso", ci limiteremo qui ad indicare sinteticamente i punti nodali di tali attività:

- passaggio graduale (alternando uscite, descrizioni a parole, disegni) alla realizzazione di un disegno del percorso che rispetti la successione dei punti di riferimento e le svolte a destra ed a sinistra (eventualmente anche una certa proporzione tra la lunghezza dei vari tratti - ma la riduzione in scala del percorso non costituisce un obiettivo prioritario per la classe II, e neppure l'analisi dell'ampiezza delle "svolte")
- passaggio graduale alla rappresentazione del percorso "visto dall'alto", attraverso la riflessione critica e il progressivo miglioramento delle rappresentazioni degli oggetti visti da punti diversi (visioni frontali, dall'alto, ecc. di scatole, case, ecc. identificando ciò che nelle varie situazioni si vede e ciò che non si può vedere). Il punto di arrivo "ideale" è costituito dal confronto tra le rappresentazioni prodotte dai bambini e piante e cartine topografiche della zona in cui si trova il percorso.

(Cfr. anche documentazione "Percorso").

Presupposti teorici :

Per quanto riguarda la **misura delle lunghezze**, le nostre proposte si caratterizzano per un accesso immediato agli strumenti di misura d'uso comune, senza dedicare troppo tempo (o non dedicandone affatto) ad attività di pre-misura. In effetti abbiamo constatato che i bambini hanno ben presente l'uso del metro per "misurare", e d'altra parte la riflessione sulle "proprietà" e sui "significati" della misurazione (riporto dell'unità di misura, quindi conta degli "spazi" e non delle "tacche") è bene si affianchi a (e non preceda) le attività di misurazione con gli strumenti d'uso comune. Di fatto, tenendo conto di queste osservazioni, riusciamo a lavorare in classe (come accennato in precedenza) con risultati di apprendimento molto buoni già alla fine della classe II.

Per quanto riguarda la **rappresentazione dello spazio**, si tratta di un obiettivo assai impegnativo che investe abilità e processi mentali di natura diversa: occorre che il bambino impari a far uso

delle sue percezioni visive, coordinandole con il pensiero (ad esempio, nel disegno di una scatola il bambino tende a rappresentare quello che pensa prescindendo da quello che vede) e con la rappresentazione grafica; nel disegno del percorso occorre che il bambino, in più, coordini ricordi visivi che si collocano in momenti successivi dell'uscita (come se si trattasse di ordinare cronologicamente fotogrammi "interni" che possono affiorare in memoria in un ordine diverso da quello in cui sono stati registrati).

Ci sembra che un elemento decisivo nelle operazioni di rappresentazione dello spazio sia costituito dall'uso del linguaggio verbale come strumento di analisi della realtà da rappresentare, di progettazione e organizzazione delle immagini, di controllo sull'aderenza delle immagini alla realtà rappresentata. Per questo la verbalizzazione assume così tanto rilievo nella documentazione sul lavoro nelle nostre classi, in geometria ed in educazione all'immagine (in II, come già in I a proposito del "disegno dal vero")

(per quanto riguarda i problemi della rappresentazione dello spazio vedi anche la relazione di Anna Ferrara, riportata nel volume relativo alla classe IV del Rapporto Tecnico).

MATEMATICA: LOGICA

Valgono, per quanto riguarda la logica, le stesse considerazioni già esposte a proposito del piano di lavoro della classe I, che si possono sintetizzare dicendo che a nostro avviso si tratta di recepire a fondo le indicazioni dei programmi a proposito dell'importanza cruciale di sviluppare le potenzialità insite nel linguaggio naturale. A ciò sono finalizzate sia le attività di verbalizzazione di produzioni e di attività in classe gradualmente più complesse (al fine di "forzare" lo sviluppo di forme linguistiche adeguate a rappresentare tale complessità), che alcune delle attività di riflessione linguistica (in particolare quelle inerenti i connettivi "mentre", "invece", ecc.).

In più, nel piano di lavoro della classe seconda l'introduzione dei grafi come strumento per schematizzare sequenze di operazioni materiali (nelle "produzioni in classe") e per dare "forma dinamica" al ragionamento risolutivo dei problemi aritmetici mette a disposizione dei bambini uno strumento assai efficace per molti loro ragionamenti (di cui l'insegnante deve curare la padronanza consapevole attraverso attività di traduzione dal e nel linguaggio naturale).

MATEMATICA: STATISTICA, PROBABILITA', INFORMATICA

Per la **statistica**, al lavoro sugli istogrammi (già usati con sistematicità nella classe I) si affiancano le attività sui grafici, come strumento per rappresentare l'evoluzione nel tempo di un fenomeno attraverso la visualizzazione dei valori assunti da una variabile significativa per quel fenomeno (quindi, ad esempio: grafico della variazione nel tempo della temperatura atmosferica; grafico della variazione nel tempo della statura di un bambino; grafico della variazione nel tempo del peso di un bambino; ecc.). E' bene che l'insegnante guidi il lavoro suggerendo le unità di misura da disporre sull'asse delle ascisse e sull'asse delle ordinate.

Per la **probabilità**, sono state svolte in II in questi ultimi anni alcune attività inerenti:

- gli aspetti linguistici: espressione del "grado di probabilità" di un evento graduando i modi di dire dall'impossibilità ("non può essere che", "è impossibile che", ...), a una bassa probabilità ("potrebbe anche succedere che", "non si può escludere che") ad una probabilità più elevata ("è probabile che", "è facile che") alla quasi certezza ("è quasi sicuro che succede", "è molto facile che....") alla certezza ("è sicuro che", "deve succedere")

- la distinzione tra eventi "casuali" e non .Interessante ad esempio è confrontare la previsione di "pioggia" nel giorno della gita - che riguarda un evento "casuale" - con la certezza che quando l'acqua gela nelle pozzanghere la temperatura esterna non può essere superiore a 20 °C, con la situazione che si determina quando si fanno previsioni sugli errori ortografici di Pierino - intervento della volontà , dell'attenzione, ecc. come fattore che può determinare un numero più o meno alto di errori
- il confronto tra previsioni e frequenze realizzate (passaggio all'aspetto quantitativo): con le lettere I, O, R (prese una sola volta) si possono formare solo due parole dotate di significato nella lingua italiana - ORI e RIO - sulle 6 possibili ; se estraiamo a sorte i gettoni con le lettere scritte sopra ripetendo l'estrazione 60 volte potrà capitarci ad esempio di estrarre ORI 9 volte, RIO 12 volte. Questa attività è interessante perché consente di riflettere anche sui meccanismi costitutivi della scrittura alfabetica

Per **l'informatica** valgono le stesse considerazioni fatte a proposito del lavoro in I, con una integrazione che riguarda l'opportunità di insistere con i bambini affinché la tecnica di calcolo "per incolonnamento" dell'addizione sia appresa in modo consapevole, come algoritmo che corrisponde all'uso ragionato dell'abaco come strumento di calcolo "in colonna".