

Nucleo di ricerca didattica di Genova - Scuola dell'obbligo
ALCUNI ASPETTI LINGUISTICI DELLA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI
ARITMETICI E DELLA RAPPRESENTAZIONE DELLE RISOLUZIONI NEL
PRIMO CICLO

Anna Ferrara, Il Circolo Didattico di Pinerolo (TO)
Ezio Scali, Circolo Didattico di Piossasco (TO)

1) PREMESSA

La nostra comunicazione si collega, per alcuni aspetti, a comunicazioni di membri del nostro gruppo presentate in occasione del Convegno UMI di Salsomaggiore (1986) e di precedenti edizioni dell'Intergruppi-scuola elementare (Pisa, comunicazioni di Ezio Scali, di Enrica Ferrero e di Aurora Rondini; Torino, comunicazione di Antonella Carlucci e di Ezio Scali) e si integra con altre comunicazioni svolte quest'anno (in particolare con la comunicazione di Maria Grazia Bondesan).

L'oggetto della nostra comunicazione fa riferimento a numerose esperienze condotte nelle nostre classi in relazione alle potenzialità e ai limiti dei diversi linguaggi (manipolativo, iconico, verbale, algebrico e dei grafi) che si possono utilizzare nella risoluzione dei problemi aritmetici nella scuola elementare, ed è frutto della riflessione collettiva di gruppi di insegnanti.

2) IL CONTESTO

Le attività di seguito esemplificate e le riflessioni connesse si collocano in un contesto che richiama brevemente. Nel I ciclo ai bambini vengono proposti problemi prevalentemente all'interno del lavoro su alcuni "campi di esperienza" ("scambi economici", "calendario", "giornata", "produzioni in classe") tra quelli in cui si articola il nostro progetto per la scuola elementare.

Ai bambini delle nostre classi è richiesto in generale un forte impegno per lo sviluppo di competenze verbali orali e scritte "forzate" attraverso attività di verbalizzazione di processi complessi e sostenute (nei primi mesi della classe I e, se necessario per alcuni bambini, anche successivamente) in modo individualizzato dall'insegnante, con la funzione di "prestamano" al pensiero del bambino.

In I e all'inizio della II ai bambini sono proposte varie forme di rappresentazione del lavoro sui problemi (manipolazione; disegno; grafi; verbalizzazione; notazione algebrica). La notazione algebrica è però limitata fino ai primi mesi della II all'uso del segno " + " nei problemi di composizione e scomposizione additiva e di completamento; solo nella seconda metà della classe II vengono introdotti i segni " x " e " - ", con funzioni di stenografia di un ragionamento risolutivo. In genere, l'introduzione di un segno è preceduta da un lungo periodo (da 4 a 12 mesi) di lavoro sui significati dell'operazione a cui si riferisce; in particolare, il segno " : " è introdotto solo nel secondo quadrimestre della classe III dopo oltre un anno di lavoro su problemi "di contenenza" e poi "di partizione".

Altra caratteristica saliente del nostro lavoro sui problemi aritmetici è il fatto che a partire dalle strategie spontanee di calcolo dei bambini si costruisce un approccio ragionato alle tecniche di calcolo scritto delle operazioni aritmetiche (limitatamente all'addizione, per il I ciclo).

Nel lavoro condotto nelle classi sull'attività di risoluzione dei problemi vengono curati fin dal

FERRARA/SCALI 1

primo ciclo gli aspetti riguardanti lo sviluppo della progettualità, come comportamento da valorizzare mediante la proposizione di situazioni problematiche (scelte e organizzate dall'insegnante) che richiedono di concatenare più operazioni o di gestire dati numerici impegnativi senza disporre delle tecniche di calcolo scritto delle operazioni.

Per ulteriori dettagli e informazioni su questi aspetti si rinvia al Rapporto Tecnico "Bambini, maestri, realtà" ed agli articoli del gruppo citati in bibliografia.

3) LA RAPPRESENTAZIONE: ALCUNE CONSIDERAZIONI GENERALI

La rappresentazione, nel campo della risoluzione dei problemi aritmetici, è collegata alla sfera dei significati inerenti un dato problema. Partendo da questa affermazione (che risulta ovvia nell'esperienza e nella pratica degli insegnanti), occorre subito chiedersi a quale rappresentazione si fa riferimento.

La domanda ci sembra legittima perchè, in primo luogo, la rappresentazione prodotta dai bambini nel corso della strategia risolutiva è espressa (nella sua parte "visibile", cioè nella traccia scritta lasciata dai bambini) con i codici linguistici di cui dispongono. Allora si pongono all'insegnante alcune questioni su cui riflettere:

- come attuare l'ampliamento dei linguaggi di rappresentazione di cui il bambino dispone
- individuare il ruolo, nella risoluzione dei problemi, dei linguaggi di rappresentazione più consoni alla pratica spontanea del bambino (la manipolazione, il disegno, il linguaggio verbale) anche in vista dell'uso successivo di linguaggi che esprimono in forma sintetica e stenografica il ragionamento (il linguaggio dei grafi e quello algebrico).
- come fare evolvere i diversi sistemi di rappresentazione senza tuttavia forzare precocemente e rigidamente i bambini verso un particolare linguaggio.

La domanda posta in precedenza ha un senso anche per una seconda ragione. Ci sembra infatti utile distinguere i seguenti aspetti:

- (a) Rappresentazione della situazione problematica
- (b) Rappresentazione sintetica, a grandi linee, del ragionamento risolutivo.
- (c) Rappresentazione della strategia di calcolo necessaria per pervenire al risultato delle operazioni (prima, e in vista, delle tecniche).

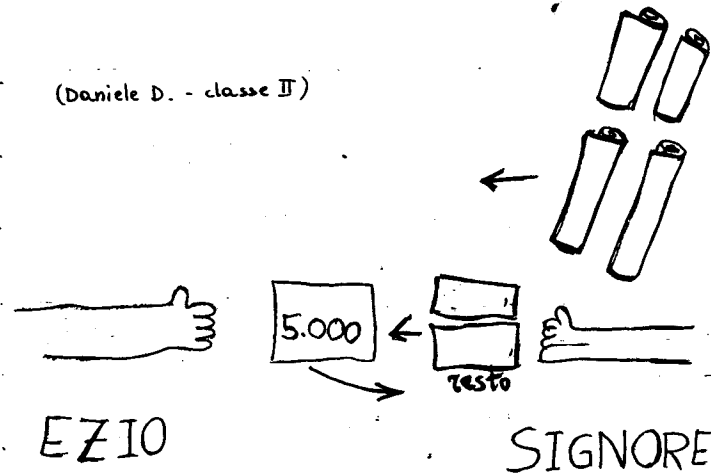
Questi tre aspetti non costituiscono tappe di una successione effettivamente sempre presente nel lavoro dei bambini su un problema assegnato. Il rapporto fra (a) (b) (c) è complesso (come si cercherà di dettagliare in seguito), poichè le forme di rappresentazione interagiscono con il procedimento risolutivo secondo modalità che dipendono, fra l'altro, dallo stile cognitivo del bambino: in molti casi il chiarimento della situazione problematica procede di pari passo con lo sforzo di risolvere il problema; spesso l'individuazione "sintetica" dell'operazione da compiere si intreccia con i tentativi del bambino di produrre un risultato numerico; altre volte il bambino non si preoccupa di rappresentare la situazione problematica e la scelta delle operazioni di fatto compiuta attraverso la strategia di calcolo...

La distinzione fra i tre aspetti (a), (b), (c) della rappresentazione e il chiarimento delle loro funzioni costituiscono uno strumento di analisi e di riflessione sull'attività didattica e sulle prestazioni dei bambini, aiutando l'insegnante ad attivare un modo più attento ed accurato di

FERRARA/SCALI 2

guardare gli alunni e di interpretare i loro comportamenti, in quanto la rappresentazione può dare l'idea della maturità di alcuni "passaggi" cognitivi degli alunni. In questo quadro si pone all'insegnante il problema di prevedere attività che sollecitino i tre tipi di rappresentazione, e di equilibrare nel corso dell'itinerario didattico i tipi di proposte e di consegne che li riguardano. Chiariamo ora cosa intendiamo per (a), (b), (c) presentando alcuni protocolli.

(a) rappresentazione situazione problematica {i maestri hanno pagato 4 cartelloni, che costavano complessivamente 2000 lire, con una banconota da 5000 lire; calcola il resto}



(b) rappresentazione ragionamento risolutivo {la maestra ha comprato dei colori a tempera da usare per dipingere "i colori del cielo", nell'unità didattica "la giornata"; i colori costano: bianco 4000 lire; oro 4200 lire; argento 4200 lire; giallo, celeste e grigio 2300 lire l'uno; rosso, rurchese e blu 3200 lire l'uno. Quanto ha speso in tutto la maestra? }

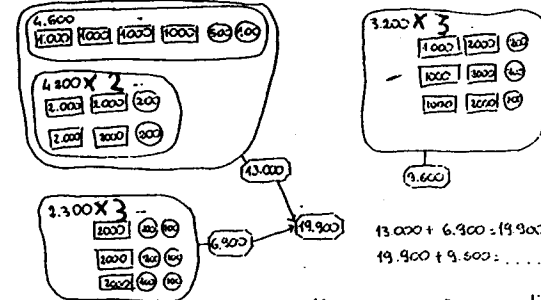
Giancarlo: -Io conto il prezzo del colore bianco (però lo conti 1 volta), poi il prezzo del colore oro e argento, e lo conti 2 volte e fa tot lire. Poi il prezzo del giallo, del grigio e dell'azzurro e lo conto 3 volte e fa tot lire. Poi il prezzo del rosso, del turchese e del blu e lo conti 3 volte e fa tot lire. Poi metti tutto insieme e fa tot lire. -

(c) rappresentazione strategia di calcolo (stesso problema; vengono riportate di seguito varie strategie trascritte dalla maestra e distribuite fotocopyate ai bambini per la riflessione e il confronto)

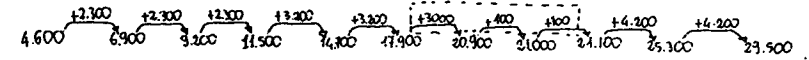
FEARARA/SCALI 3

AL COLORIFICIO - CONFRONTIAMO I MODI DI CONTARE.
Ecco come hanno contato alcuni vostri compagni.

1) Giancarlo ha disegnato le monete:

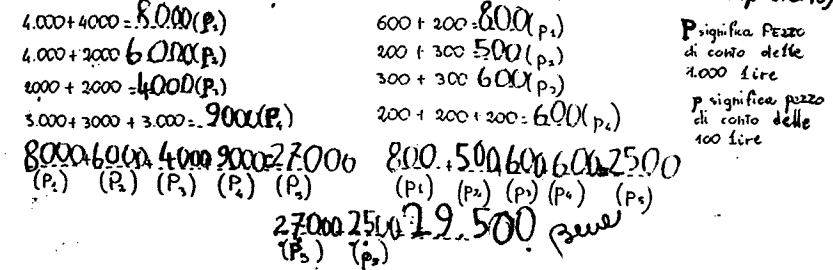


Domanda: Va tutto bene nella rappresentazione di Gian, oppure c'è qualcosa che non è chiara? Se sì, che cosa? **NO! SÌ NON È CHIARO PER ME! RIGUARDI GIAN SCRIVE IL PREZZO DI UN TUBETTO.**
Emanuele ha rappresentato così il suo modo di contare:
Z1

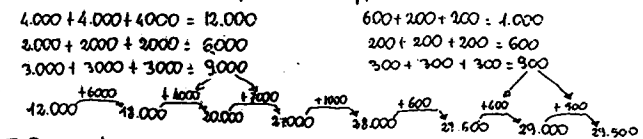


Guarda che cosa c'è nel riquadro tratteggiato. Da dove ha tirato fuori Emanuele questi 3 numeri: 3.000, e poi 100 e ancora 100. È un errore visto che nessun colore aveva quei prezzi, o è un sistema per facilitare i conti? da dove saltano fuori 3000 e 100 e 100?

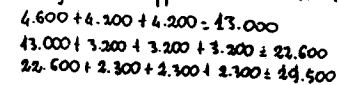
2) Valentina ha spezzettato così il suo conto (pensa tu a completarlo)



Valentina avrebbe potuto rappresentare così il suo conto:

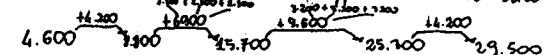


3) Rangi ha rappresentato così il suo modo di contare:



4) Stefania ha scritto così:

Tengo a mente 4.600, poi faccio più 4.200 fa 8800! Poi 8800 + 6.900 da tre da 2.300 fa 15.700; più le 3.200 degli altri 3 tubetti che insieme fanno che tutto insieme fa 29.300; più le altre 4.200 fa 29.500 lire.
Stefania avrebbe potuto rappresentare la sua "matina" di conti anche



FEARARA/SCALI 4

Giovedì 25 *giorno grigio* la conta così:
 5) bicchieri trasparenti... se $600 + 600 = 1200$ $600 + 600 = 1200$
 Consueto, in negozio, ha con... $1200 + 100 = 1300$, più 20
 rata 2 contazioni di... $1300 + 30 = 1330$, più 40
 bicchieri trasparenti, di usen... $1330 + 50 = 1380$, più 60 1380
 ma per far grigio... $1380 + 30 = 1410$, più 80 1490
 semi di grigio consueto... $1410 + 90 = 1500$
 ha detto che una conta... *Stavo!*
 ne costa 30 lire. Lui stabi...
 re quanto ha speso...
 consueto?
 al mio ragionamento
 per prima di contare
 altro... $1500 + 100 = 1600$

(c) rapp.strategia calcolo(spesa per la classe)

4.1 LE VARIABILI DIDATTICHE

Da quanto detto finora si può intuire l'importanza delle variabili didattiche che intervengono nel corso delle attività di risoluzione dei problemi aritmetici nella scuola elementare. In particolare ci

sembra di poter distinguere due ambiti di scelta:

- le scelte riguardanti il progetto complessivo;
- le scelte che l'insegnante deve attuare nella propria classe, in relazione all'osservazione del comportamento dei bambini e agli obiettivi disciplinari da raggiungere via via.

4.1 LE SCELTE RELATIVE AL PROGETTO

Da quanto detto al paragrafo 2 emerge l'importanza che ha per noi la proposizione di problemi "reali" in "campi di esperienza" con forte valenza semantica.

Intendiamo per problemi "reali" i problemi che sono motivati da necessità del lavoro all'interno dei "campi di esperienza" che sono gradualmente riconoscibili dal bambino come riferibili alla sua esperienza extrascolastica, e che consentono la strutturazione di un rapporto non fittizio fra il bambino e la situazione problematica e fra il bambino e la "risposta" da produrre.

I problemi reali, all'interno di opportuni campi di esperienza ("calendario", "scambi economici"....), sembrano essere una condizione in particolare per sollecitare nei bambini forme di rappresentazione collegate all'azione effettuata e al ragionamento prodotto.

Gli "oggetti" presenti (o evocati) nelle situazioni problematiche sono i "materiali" di cui il bambino dispone, su cui può agire (ad esempio le monete per attuare un pagamento). D'altra parte le monete, il calendario, l'orologio, il termometro sono materiali strutturati in modo più o meno complesso, selezionati socialmente, che presentano dei vincoli intrinseci. Ad esempio il bambino non può disporre di monete di tutti i valori monetari (per acquistare una matita da 300 lire il bambino non può usare la moneta da 300 lire....), così come deve tener conto di vincoli e convenzioni inerenti la conta sul calendario, sul termometro, sul righello.

4.2 LE SCELTE RELATIVE AL LAVORO NELLA CLASSE

In relazione a quanto visto al punto 3 e al punto 4 a nostro avviso l'insegnante non può limitarsi ad un ruolo di osservatore/spettatore di ciò che avviene in classe dopo aver proposto significativi problemi reali, o di osservatore di tappe evolutive che si producono in modo deterministico nelle strategie dei bambini e nelle forme di rappresentazione da loro adottate (per effetto della maturazione con l'età e degli stimoli derivanti dalle situazioni problematiche proposte).

Riteniamo sia utile soffermarci qui brevemente sulle scelte didattiche che l'insegnante deve a nostro avviso mettere in atto nella sua classe in relazione alle abilità da costruire e come provocatore di "forzature" verso gli obiettivi da raggiungere. Ci preme in particolare sottolineare le questioni sulle quali il ruolo e il compito dell'insegnante ci sembrano decisivi (e che verranno riprese in seguito, per gli aspetti riguardanti in modo specifico la rappresentazione).

- il contratto didattico (Brousseau) che l'insegnante attiva in classe: nelle nostre classi l'insegnante cerca di forzare e di costruire modelli di comportamento intellettuale nei bambini, curando l'accostamento consapevole alla situazione problematica, valorizzando gli sforzi compiuti dal bambino nel momento della elaborazione di una strategia e non dando un valore preminente alla sola produzione del risultato numerico finale o alla sola scelta dell'operazione "giusta"...
- il tipo di consegne date ai bambini, che possono "forzare" determinate strategie di calcolo invece di altre. Si possono individuare, in questo senso, due variabili a cui si deve prestare particolare attenzione: la formulazione del testo del problema (vedere 5.1) e la scelta dei valori numerici

(vedere 6.2).

La considerazione di questi due aspetti rivaluta ancora una volta il ruolo attivo dell'insegnante, che coglie nelle esperienze concrete quelle occasioni (opportunamente indotte o provocate) che sono necessarie a "forzare" l'acquisizione dei significati delle operazioni e a sviluppare strategie risolutive.

- l'introduzione dei linguaggi di rappresentazione della strategia risolutiva: essa pone problemi non indifferenti. Innanzitutto, come e quando introdurli, in modo che entrino in sintonia con i significati presenti nella situazione problematica da un lato, e con l'azione e il pensiero del bambino dall'altro? Cioè: come e quando dare l'imprinting? Da quali situazioni problematiche iniziare ad introdurre, ad esempio, il linguaggio dei grafi, in modo che il bambino lo riconosca rispondente al suo modo di ragionare? (Si pone anche il problema di considerare la semantica intrinseca di tale tipo di linguaggio...). In secondo luogo, se il linguaggio di risoluzione deve aderire al pensiero del bambino e rappresentarlo, è più opportuno curarne individualmente l'introduzione oppure è legittimo proporla in una situazione di lavoro collettivo?

(Il problema si pone soprattutto per il linguaggio dei grafi, che il bambino usa anche come strumento di risoluzione).

- i modelli di comportamento intellettuale da proporre: quali modelli (e con quale rigidità), proporre ai bambini nella fase della costruzione della strategia risolutiva? Che conseguenze ha ad esempio richiedere ai bambini di rappresentare sempre (nell'ordine) la situazione problematica, la strategia sintetica di ragionamento, e quella di calcolo? Il problema è assai delicato, poiché i comportamenti dei bambini di fronte ad un problema sono molto differenti tra i bambini e nel tempo. Un'impostazione rigida richiesta dall'insegnante ("*rappresenta la situazione problematica... scrivi prima il tuo ragionamento... poi fai il calcolo*") può favorire un accostamento corretto del bambino alla risoluzione dei problemi (e potrebbe costituire quindi un buon modello di comportamento intellettuale); tuttavia, questo implica nel bambino un processo lineare di risoluzione..... spesso invece si nota che la rappresentazione interagisce con il procedimento risolutivo, che la strategia di calcolo si intreccia fortemente con quella di ragionamento, che il tempo mentale del bambino, mentre ragiona, non corrisponde alla scansione richiesta dall'insegnante..... Inoltre in problemi più complessi a più operazioni la strategia di ragionamento può essere strutturata mano a mano che si procede nella risoluzione, e non è immediatamente intuibile e definibile fin dall'inizio. Il problema è aperto, poiché una situazione di assoluta libertà data al bambino nel momento dell'attività "risoluzione di un problema" è di difficile gestione didattica, e pone, fra l'altro, anche l'esigenza di curare individualmente la strutturazione consapevole di una risoluzione (con problemi di tempo)..... e di affidarsi alla maturità del bambino per quanto riguarda la scoperta della necessità di determinati comportamenti in base alle riflessioni fatte nelle discussioni collettive e nei momenti di confronto di strategie.

5. LA RAPPRESENTAZIONE DELLA SITUAZIONE PROBLEMÁTICA

5.1. SITUAZIONE PROBLEMÁTICA E FORMULAZIONE DEL TESTO.

Dalla situazione problematica che si presenta nella realtà didatticamente programmata (all'interno dei campi di esperienza) nasce la formulazione del testo del problema, però la realtà della situazione problematica è ricca di elementi anche inquinanti, o non sempre individuabili come informazioni (o meglio come veicolatori di informazioni). Tali elementi vengono tuttavia rilevati,

PERMANA/SCALI 7

valorizzati, considerati significativi spesso proprio dai bambini più deboli. Per attivare in questi bambini un atteggiamento selettivo e critico è utile:

-una prima forma di rappresentazione della situazione reale, sottolineando che di rappresentazione si tratta e che quindi è necessario selezionare e "ripulire la scena"

-la formulazione individuale o collettiva del testo, all'interno del quale accanto ai segni verbali vengono mantenuti elementi visivi in forma iconica.

-attività sul testo (quando il testo viene formulato dall'insegnante) che "forzino" individualmente i bambini a risalire alla situazione problematica e alla loro propria esperienza, mediante "domande di identificazione".

In riferimento a questa attività si pone anche il problema dell'attenzione e dell'attivazione mentale del bambino: puntando soltanto su attività svolte collettivamente si rischia di trascurare l'appropriazione da parte dei bambini deboli di quanto raggiunto collettivamente. Sempre in rapporto all'evocazione della situazione problematica, una richiesta può essere quella della parafrasi del testo; il fatto che la parafrasi appaia, come attività spontanea, all'inizio di molte verbalizzazioni della strategia risolutiva fa pensare che questa attività corrisponda ad esigenze profonde del bambino.

5.2 LA MANIPOLAZIONE E IL LINGUAGGIO ICONICO

La rappresentazione della situazione problematica, nei momenti iniziali dell'apprendimento, e soprattutto nel corso della classe prima (ma anche successivamente, sia in relazione alle esigenze di ogni singolo bambino, sia in relazione all'introduzione di campi di esperienza nuovi e di situazioni non ancora esplorate) è bene avvenga a partire dalla manipolazione dei materiali oggetto del problema. La manipolazione, intesa nel duplice aspetto di uso reale (nel momento del pagamento, della misurazione, ecc.) e di uso funzionale dei materiali nella risoluzione, si intreccia con gli aspetti esaminati precedentemente a proposito della formulazione del testo, e appare una tappa importante nella strutturazione di una rappresentazione collegata ai significati matematici. Ci sembra, infatti, che essa costituisca il momento in cui uso del materiale (le monete, il calendario, il termometro, il righello...) da parte del bambino è finalizzato a una consegna precisa, e in cui gradualmente il bambino riconosce e struttura dei significati inerenti il suo agire.

Esempi in questo senso possono essere: (nel campo di esperienza "scambi economici") la scelta delle monete per un acquisto; la strategia di scelta delle monete necessarie a pagare la spesa per due oggetti; la situazione di scambio economico fra acquirente e venditore, con ritorno di monete con significato di "resto"; (nel campo di esperienza "calendario") la conta concreta sul calendario di durate, di quanto manca a ..., di quanto tempo è passato da..., con visione della "successione" della conta, anche nello scavalco del mese.

Attraverso le attività manipolative e la successiva rappresentazione iconica è possibile rendersi conto delle tappe evolutive del rapporto fra bambino e situazione problematica. Si tratta di tappe sulle quali alcuni bambini hanno bisogno di soffermarsi molto a lungo prima di strutturare atteggiamenti più maturi, mentre altri bambini bruciano le tappe e mostrano di procedere secondo un percorso di rapide acquisizioni successive. In altri casi ancora ci sono delle ricadute e il ricorso al materiale concreto rappresenta un modo per ricucire un rapporto con la situazione problematica che è entrato in crisi (o non è stato strutturato a livelli profondi).

Il bambino che, a metà della prima, mette da parte i soldi per pagare un oggetto e poi i soldi per

PERMANA/SCALI 8

pagare un secondo oggetto, applica dapprima una relazione del tipo monete \rightarrow 1° oggetto; monete \rightarrow 2° oggetto, ricomponendo in un secondo tempo (molto spesso con l'aiuto dell'insegnante) la relazione monete \rightarrow 2 oggetti. A seguito di esperienze di questo tipo il bambino (generalmente tutti, ma con tempi assai diversificati) giungerà a preparare subito i soldi necessari a effettuare direttamente tutta la spesa relativa ai due oggetti e "vedrà" quindi gli oggetti giustapposti e intuirà l'unicità dell'importo da pagare. Questo passaggio non è tuttavia lineare, in quanto entrano in gioco alcune delle variabili didattiche a cui si è accennato in 4.: se il bambino è in grado di padroneggiare il conto a mente o con le dita ed è in grado di padroneggiare il significato della situazione problematica, probabilmente effettuerà il pagamento di una matita da 300 lire e di una gomma da 400 lire con una moneta da 500 lire e due monete da 100 lire, avendo già ricomposto mentalmente la somma; ma se i valori in gioco (scelti e proposti dall'insegnante o indotti dalla realtà dell'acquisto in un negozio) sono 350 lire e 400 lire, si verifica spesso una situazione di questo tipo: il bambino "sa" che deve mettere insieme i due prezzi per effettuare la spesa, ma le difficoltà di conto (per l'intervento della moneta da 50 lire, che nelle nostre classi entra più tardi nell'uso concreto dei pagamenti rispetto alle monete da 100, 200 e 500 lire) lo inducono nuovamente a "spezzarla", pagando prima un oggetto e poi l'altro. Frequentemente la registrazione, a questo punto, è la rappresentazione della strategia di pagamento, che si sovrappone alla constatazione dell'aver dato al venditore le monete necessarie all'acquisto dei due oggetti.

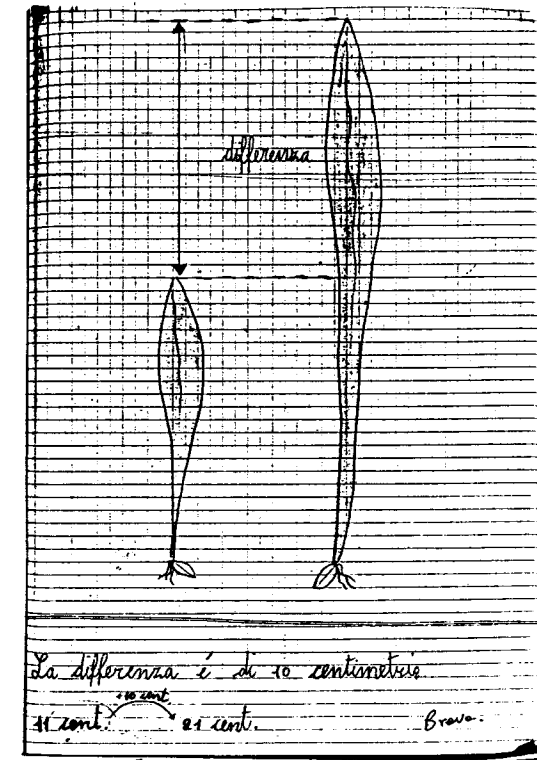
La manipolazione, come momento di approccio del bambino alle situazioni problematiche, ci sembra costituisca anche il referimento mentale per successive rappresentazioni (esplicitate attraverso l'uso di altri linguaggi: iconico; verbale, algebrico, dei grafi). Ad un certo momento i bambini non ricorrono più all'uso concreto delle monete (se il problema riguarda uno scambio economico), ma fanno uso di quanto assimilato con l'uso reale del materiale. Un'indicazione, volutamente vaga, che viene data ai bambini (dalla fine della classe prima) è la seguente: "se vuoi aiutarti con un disegno". Questa pratica serve (o può servire) a sottolineare gli elementi di consapevolezza e di controllo ("scelgo quello di cui ho bisogno...") che si vogliono costruire come componenti dell'atteggiamento intellettuale del bambino. L'evocazione della situazione problematica può avvenire attraverso un'immagine mentale (verbale o iconica), attivando una dialettica di rimando dal testo alla realtà e viceversa (non solo nel momento iniziale, ma anche nel corso della elaborazione della strategia di ragionamento o della strategia di calcolo). E' un momento nel corso del quale si costruisce, si consolida, si fissa un imprinting che stabilisce (spesso in maniera implicita; noi tentiamo di esplicitarlo) il tipo di rapporto che il bambino avrà anche in seguito con l'attività di risoluzione di problemi. In effetti ci sono momenti in cui nel bambino la rappresentazione iconica e la sua stessa esperienza delle cose vanno disattivate e accantonate, e momenti in cui invece la sfera dei significati (legata alla situazione problematica e alle esperienze del bambino) deve essere esplorata a fondo al fine di padroneggiare e controllare consapevolmente il processo di risoluzione.

L'evocazione della situazione problematica, in determinati casi, può avvenire anche per trasferimento dall'esperienza di altre situazioni problematiche con cui si è riconosciuta un'affinità di significato, e allora la rappresentazione iconica (o verbale) può essere l'indice di una consapevolezza del procedimento di risoluzione e intrecciarsi con la produzione di una strategia di calcolo.

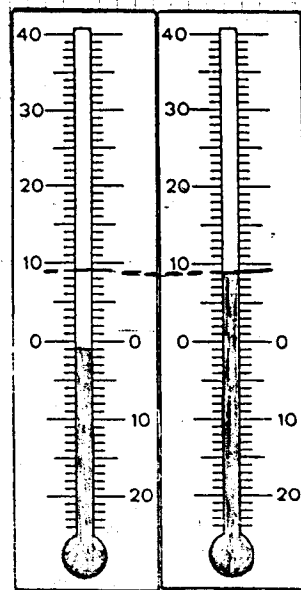
FERRARA-SOLI 9

Uno degli elementi che sembrano interagire in questo processo è la valenza della rappresentazione della situazione problematica in termini di rivelatore, di intermediario fra la realtà e la strategia risolutiva, soprattutto laddove essa rappresenta una forma di intervento e di razionalizzazione in situazioni di difficile riproducibilità fisica.

{26 febbraio. Calcolo della differenza tra le lunghezze delle piantine di grano di Sara e di Daniele}



{precedentemente - 8 febbraio- i bambini avevano determinato la differenza tra la temperatura più bassa e quella più alta di gennaio, durante l'analisi delle temperature registrate a gennaio }



8 gennaio 30 gennaio

$$10^\circ \text{ sotto zero} + 10^\circ = 9^\circ$$

6. LA RAPPRESENTAZIONE DEL RAGIONAMENTO RISOLUTIVO

6.1. LA RAPPRESENTAZIONE VERBALE DEL RAGIONAMENTO:

nella pratica la richiediamo esplicitamente per tutte quelle situazioni problematiche (1° ciclo, all'interno dei campi di esperienza) che siano connesse:

- con significati delle operazioni poco esplorati dai bambini;
- alla presenza di dati numerici difficili da dominare come ordine di grandezza
- a problemi aritmetici senza numeri (o meglio: prima che siano forniti i dati numerici, in fase di pianificazione o di progettazioni di spese,)

In particolare, quest'ultimo tipo di occasioni sembra utile per sollecitare forme di ragionamento (e di rappresentazione mentale) generali slegate dal concreto riferimento ai valori numerici e alle procedure di calcolo; inoltre, anche in vista di problemi più complessi o a più operazioni ci pare necessario sviluppare per questa via nei bambini l'esplicitazione di strategie di ragionamento che fanno appello alle conoscenze profonde e alla memoria dei significati e che hanno strette relazioni con la capacità di progettazione; infatti l'attività di risoluzioni di problemi senza dati numerici ci pare adatta a rendere consapevoli i bambini della loro capacità di mettere in atto un progetto di strategia risolutiva e nel contempo a mettere in evidenza la "macrostruttura" del problema. La rappresentazione del ragionamento risolutivo, in questo tipo di problemi, è in genere di tipo prevalentemente verbale (scritta e individuale).

FERRARA/SCU 11

{Esempio}

Venerdì 30 novembre 1989

- Per preparare il purè di patate.
- Appena sarà possibile faremo il purè di patate in classe. Oggi abbiamo deciso gli acquisti: due chili di patate, un litro di latte, un etto di burro. Le patate le compreremo nel negozio del papà di Fabio e il resto in latteria.
- Non siamo ancora andati nei negozi, però possiamo ragionare su come faremo, una volta tornati in classe, a calcolare la spesa degli

- ingredienti necessari a preparare il purè. Dobbiamo ragionare senza conoscere i prezzi.
- Uso le parole per dire come farei a sapere quanto spendiamo in tutto.
- Il papà di Fabio per dirci il prezzo di 2 chili di patate mette insieme il prezzo di un chilo di patate poi mette insieme il prezzo di un altro chilo di patate. Però noi non sappiamo ancora i prezzi.
- Poi la cassiera della latteria mette insieme il prezzo di un etto di burro e anche il prezzo del latte. E a quanto spendiamo in latteria. Metto insieme il prezzo di 2 chili di patate.

Nei problemi aritmetici in cui sono presenti fin dall'inizio i valori numerici i confini fra la rappresentazione del ragionamento sintetico e la rappresentazione della strategia di calcolo sono assai difficili da individuare, in quanto l'intreccio fra il ragionamento risolutivo e la strategia di calcolo è spesso in atto nella mente del bambino mentre ragiona. In questo senso la scelta, all'interno del nostro progetto, di curare a fondo la verbalizzazione di processi, procedure, ragionamenti ecc. ci sembra vada anche nella direzione di fornire al bambino gli strumenti linguistici da riutilizzare nei problemi per organizzare il proprio pensiero, per chiarire (e chiarirsi) le scelte adottate nella strategia di calcolo, per esplicitare, con le forme della comunicazione, il proprio ragionamento. In definitiva il bambino può esplorare così le seguenti funzioni del linguaggio verbale nei problemi:

- la funzione dichiarativa del ragionamento effettuato o che effettuerà; ciò è anche in relazione al rapporto che il bambino stabilisce con la situazione problematica e alla sua padronanza dei

FERRARA - SCU 12

significati: quando egli è in grado di pianificare il suo procedimento risolutivo fin dall'inizio è in grado anche di dichiarare il suo ragionamento prima del calcolo, ma quando la risoluzione avviene intrecciata con il calcolo e il bambino ha bisogno di ritornare indietro, di "fare il punto", di ricontrollare gli spezzoni di ragionamento effettuati, allora il chiedere al bambino di verbalizzare (come rendiconto) la sua risoluzione ci pare importante come momento di chiarificazione, di ricomposizione, di riavvicinamento alla situazione problematica iniziale

{il problema fa parte di una serie di attività programmate a partire dalla produzione in classe di tartine; per ricoprire 80 quadratini di pancarré disponiamo di 16 fette di prosciutto; in quante parti dobbiamo suddividere ogni fetta per ottenere 80 quadratini di prosciutto? }

Problema

Per ricoprire ^{quadrati} 80 disponiamo di 16 fette di prosciutto.

• In quante parti abbiamo dovuto dividere ogni fetta per ottenere in tutto 80 quadratini di prosciutto?

16 \times 16 \rightarrow 32 \rightarrow 48 \rightarrow 64

16 \rightarrow 32 \rightarrow 48 \rightarrow 64

64 \rightarrow 80

Ho contato così:
Una fetta l'ho spezzata in 4 parti ma venivano solo 64 quadratini, l'ho spezzata in 5 parti e sono

venuti 80 quadratini. La fetta si spezza in 5 parti. Ho aggiunto 4 volte 16, solo che venivano solo 64 quadratini, ho provato ad aggiungere 5 volte e sono venuti 80 quadratini.

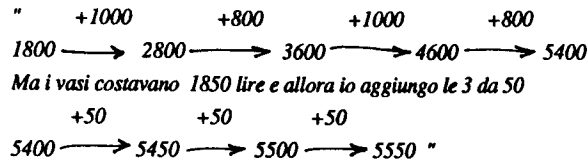
- la funzione progettuale, connessa con la produzione di ipotesi e con la simulazione mirata di tentativi (favorita da problemi su significati non ancora esplorati a fondo, da problemi senza dati numerici).
- la funzione di controllo della semantica inerente la situazione problematica e il ragionamento in corso: ad esempio l'uso di termini come "aggiungo" o "tolgo" evoca a 7 - 8 anni più direttamente i significati delle operazioni relative dell'uso dei segni "+" o "-".

6.2 IL PROBLEMA DELLE TECNICHE DI CALCOLO SCRITTO E DELLA RAPPRESENTAZIONE DEL RAGIONAMENTO CON IL LINGUAGGIO ALGEBRICO.

Come già accennato nel paragrafo 2, i bambini nelle nostre classi del 1° ciclo giungono alla conoscenza e all'uso dei segni del linguaggio algebrico ("+", poi "x" e infine "-") dopo un lungo periodo di risoluzione di problemi e di accostamento a significati matematici presenti nelle situazioni problematiche programmate dagli insegnanti. Limitatamente alle addizioni, e solo a partire dalla metà della seconda, si può parlare (nel primo ciclo) di tecnica di calcolo scritto acquisita (ed usata) dai bambini come modalità standardizzata di calcolo derivata dalle strategie spontanee di calcolo. Perché queste scelte? È nostra convinzione che il possesso precoce della tecnica di calcolo scritto interferisca negativamente con lo sviluppo delle capacità del bambino, che non ha ancora avuto la possibilità di esplorare a fondo i significati delle operazioni in diverse situazioni problematiche e di attivare autonomamente strategie risolutive efficaci. Si sa che la necessità di produrre un risultato numerico, in molti bambini, rischia di cortocircuitare il processo di risoluzione, e ciò è facilitato dalla conoscenza di una tecnica di calcolo. D'altra parte, costruzione ragionata delle tecniche e introduzione dei segni algebrici sono scelte che si intrecciano nella classe II in quanto quest'ultima avviene come particolare stenografia "economica" di un ragionamento con la possibilità (per l'insegnante) di far corrispondere forme di rappresentazione diverse al ragionamento realmente adottato dal bambino.

FABIO, classe II, ottobre 1989 {acquisto di tre vasi per la semina in classe del grano; ogni vaso costa 1.850 lire};

FERRARA/SCALI 14



Insegnante: "Esprimi il tuo ragionamento usando il segno + "

Fabio: " 1850 + 1850 + 1850 = 5550 "

In termini di contratto didattico, data la funzione formativa che i due tipi di rappresentazione (della strategia di calcolo e di quella di ragionamento) secondo noi possiedono, è bene forzarne la differenziazione, là dove la situazione programmata di lavoro in classe lo consente nel modo più naturale. Notiamo in proposito che la possibilità di confrontare strategie prodotte dai bambini sembra debba essere successiva all'individuazione abbastanza consapevole da parte loro dei due diversi comportamenti ("cerco di arrivare al numero-soluzione"; "stabilisco cosa devo fare") e delle relative rappresentazioni. Il passaggio importante che Fabio (nell'esempio precedente) compie nell'indicare l'operazione che rappresenta sinteticamente il suo ragionamento consiste nel differenziare il suo modo di operare il calcolo dal ragionamento che lo ha diretto.

Come vedremo al punto 7.2 la strutturazione della strategia di calcolo ha funzioni importanti di messa in atto (a livello implicito) di proprietà delle operazioni, che ne arricchiscono la semantica e costituiscono il punto di partenza per la costruzione delle tecniche di calcolo. Notiamo che in proposito Fabio applica nel calcolo la proprietà associativa dell'addizione quando spezza le 1850 lire che comportano un numero troppo impegnativo per essere direttamente gestito nel calcolo.

E' importante osservare anche che la strategia di calcolo di Fabio rappresenta (rispetto a altre strategie utilizzate dai bambini, nei mesi precedenti) una transizione nel significato dell'addizione, da un modo di vedere ad un altro modo di vederlo. L'evoluzione della rappresentazione va di pari passo con l'acquisizione (nel campo di esperienza "scambi economici") dell'idea di prezzo e della separazione di questo dalle monete utilizzate per pagarlo.

Il bambino che prima identificava un prezzo o una spesa con le monete adatte a pagarli ad un certo momento "spezzerà" il numero-prezzo con la consapevolezza di poterlo "manipolare" in quanto numero (consapevolezza che peraltro gli deriva anche dalla pratica di composizione e scomposizione di prezzi), secondo criteri organizzatori del ragionamento e del calcolo (esempio: "sommo prima le 1000, poi le 100, poi le 10..."; "sommo al 1° prezzo le 1000 del secondo, poi le 100 del secondo, e così via, ...").

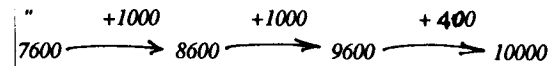
L'utilità della posticipazione delle tecniche di calcolo scritto è motivabile anche con il fatto che i particolari valori in gioco nel problema inducono il bambino, spesso, a scelte di ragionamento differenti. Una stessa bambina, in situazioni di resto monetario, adotta due strategie diverse, dipendenti dalla padronanza dei valori in gioco in termini di calcolo mentale.

ROSSELLA, cl. II, 3 ottobre {4 cartelloni costano in tutto 2000 lire, il maestro ha pagato con 5000 lire, calcolo del resto}:

"Il maestro compra 4 cartelloni che costano 2000 lire; Ezio paga con 5000 lire e il negoziante dà di resto 3000 lire. Ho messo 5 dita (assegna ad ogni dito il valore di 1000 lire) e i cartelloni costano 2000 lire, ho tolto 2 dita e ho visto che rimanevano 3 dita "

ROSSELLA, cl. II, 16 ottobre {Spesa al supermercato: 7600 lire; abbiamo pagato con 10000 lire;
 FERRARA/SCALI 15

calcolo del resto}



Il maestro dà di resto 2400 lire "

Il significato di "completamento additivo" (corrispondente alla pratica sociale di conto del resto monetario) si giustappone così, nella pratica di risoluzione di problemi, al significato del "togliere" (corrispondente al significato principale della sottrazione).

Ad un certo punto del percorso d'apprendimento (verso la fine della II- inizio della III) avverrà il collegamento dei due significati per il bambino (anche per l'esplorazione di situazioni problematiche concernenti il significato di differenza) (vedere articolo di E. Ferrero,)

Al bambino, se adotterà procedure di calcolo per completamento, potrà allora essere richiesta ed affiancata anche la rappresentazione del ragionamento "con il meno".

Prima di giungere alla tecnica scritta della sottrazione, il bambino avrà così avuto modo di esplorare:

- i significati inerenti l'operazione "sottrazione"
- le procedure di calcolo orali e scritte inerenti la sottrazione (ricordare che il "conto per completamento" è frequente anche a livello adulto nel calcolo mentale: viene usualmente adottato non solo per il conto del resto monetario, ma anche quando si contano quanti giorni passano fino a o la differenza fra due stature, ecc.)
- le rappresentazioni collegate alla struttura della situazione problematica e la consapevolezza di tali rappresentazioni.

6.3 LA RIPRODUCIBILITA' DI FORME DI RAGIONAMENTO

A quest'ultimo aspetto può essere ricollegato il problema della riproducibilità, in situazioni problematiche diverse, di modelli di strategie di ragionamento. Anche in questo sta l'importanza di far lavorare i bambini all'interno di "campi di esperienza" adeguati: spesso alcune situazioni sembrano "forzare" il bambino verso rappresentazioni iconiche e verbali che non si limitano a fotografare la situazione problematica, ma che si collegano a situazioni precedenti e danno origine (e si intrecciano) con la strategia di ragionamento. Nel problema, citato precedentemente, riguardante la differenza di altezza di due piantine, alcuni bambini di basso livello di apprendimento hanno riconosciuto l'affinità con le esperienze ormai consolidate di confronto di temperature rappresentate sui termometri di carta e sono giunti spontaneamente ad una rappresentazione iconica del tipo



che costituisce una forma di manipolazione iconica della realtà (le piantine sono piegate, non è possibile confrontarle realmente in questo modo...). L'aver riconosciuto forme di ragionamento simili in situazioni problematiche diverse opportunamente rappresentate costituisce un momento cognitivo importante per questi bambini. Notiamo che per altri bambini, più maturi nelle acquisizioni dei significati, il riconoscimento della riproducibilità del ragionamento

soprattutto attraverso forme di concettualizzazione profonda del significato in gioco. La rappresentazione iconica, nel problema delle piante, costituisce per essi un "di più", tanto è vero che spesso è preceduta dal conto a mente o con l'ausilio dei grafi.

Attraverso questa pratica di attivazione di strategie risolutive e di rappresentazione delle situazioni problematiche e delle strategie risolutive si può, secondo noi, ipotizzare lo sviluppo di processi di razionalizzazione e di generalizzazione, guidati dalle consegne di lavoro date dagli insegnanti e sollecitati dalle caratteristiche dei "campi di esperienza" scelti. La differenza rispetto alla pratica di proporre problemi simili (o "classi" di problemi), che innescano un meccanismo di risposta (inconsapevole) del tipo "riflesso condizionato", è evidente ed è anche sottolineata dal fatto che le energie non vengono investite dai bambini per cogliere le differenziazioni formali dei testi da cui trarre le indicazioni sulle scelte da fare.

7. LA RAPPRESENTAZIONE DELLA STRATEGIA DI CALCOLO.

Questo aspetto, pur intrecciandosi con gli aspetti esaminati in precedenza, pone alcuni problemi cruciali all'insegnante.

7.1. QUANDO PROPORRE RAPPRESENTAZIONI DEL CALCOLO PIU' ADEGUATE (DI QUELLE CHE IL BAMBINO SPONTANEAMENTE USA) E ADERENTI AL SUO MODO DI RAGIONARE: IN SEDE COLLETTIVA O INDIVIDUALMENTE ?

L'interazione individuale sembra necessaria con tutti i bambini, almeno in una fase iniziale, poichè si tratta di forzare il bambino ad attivare comportamenti intellettuali, relativi all'uso dei diversi linguaggi (manipolativo, iconico, verbale, dei grafi.....), non sempre messi in opera in modo autonomo (per esempio in attività di scomposizione di prezzi, di pagamento in più modi, di cambio....). Ma la pratica dell'intervento individualizzato (soprattutto con interazione verbale e scritta) tra insegnante e alunno in difficoltà riteniamo debba proseguire per tutto il ciclo elementare, con la funzione di :

- far verificare "in tempo reale" la praticabilità di certe scelte di comportamento intellettuale: notiamo ad esempio che i bambini che in prima oppongono resistenze ai vincoli di realtà ipotizzati sono poi gli stessi che non si sono ritagliati uno spazio di autonomia di scelta ("so fare un pagamento in tanti modi, quale mi converrebbe se la consegna fosse...." diventa per questi bambini "pago in tanti modi").

CLASSE I - VERIFICA -

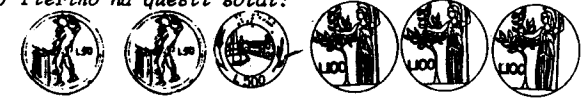
COGNOME E NOME _____

1) Pierino ha questi soldi:



cerchia i soldi che può usare per pagare un giornale che costa 500 Lire

2) Pierino ha questi soldi:



cerchia i soldi che può usare per pagare un gelato che costa 750 Lire

- fornire le parole adatte per dare forma a ciò che il bambino ha intuito e/o a ciò che il bambino ha consapevolmente razionalizzato.
- verificare la consapevolezza dei passi già fatti nel corso dello sviluppo delle strategie di calcolo, che è assai sofferto e che richiede molto tempo.

Importante ci sembra tuttavia rilevare che il processo di crescita della classe non è la somma di tanti itinerari individuali, o meglio può non essere soltanto questo, grazie al lavoro di tipo collettivo. Quando si pensa ad attività collettive, secondo noi, occorre però chiedersi: di che tipo? Quando attuarle? A che cosa finalizzarle? Noi abbiamo individuato nel confronto di strategie di calcolo un momento di lavoro importante, in cui richiedere al bambino una partecipazione attiva (esempio: richiesta di completamento dei calcoli indicati dal compagno, individuazione di strategie simili tra quelle selezionate dall'insegnante e classificazione della propria, in relazione alle strategie esaminate interpretazioni di parti di esse: che cosa rappresenta quel calcolo, quel numero....); ma non ci dilunghiamo sugli aspetti relativi al confronto delle strategie, poichè saranno oggetto dell'intervento di M.G. Bondesan.

7.2. LA RAPPRESENTAZIONE DELLA STRATEGIA DI CALCOLO ANCHE IN VISTA DELL'APPROCCIO ALLE TECNICHE DI CALCOLO SCRITTO.

E' importante sottolineare nuovamente che la non conoscenza, fino a un certo punto del percorso di apprendimento, delle tecniche di calcolo scritto induce i bambini ad operazioni mentali importanti che risulterebbero non necessarie e non motivate se essi conoscessero le tecniche; ciò forza il bambino alla produzione di strategie non stereotipate e collegate ai significati delle operazioni insiti nelle situazioni problematiche.

Per molti bambini alcune rappresentazioni della strategia di calcolo diventano abituali (ad esempio quelle mediante le "frece" che i bambini usano per contare incrementi di valore o scomposizioni di prezzi); in esse (per il bambino) risiede la strategia del ragionamento effettuato, e in effetti il bambino in questo caso sa "ricomporre" il ragionamento prodotto:

SABRINA, cl. II, 25/10/89 {Quanto costano le 5 tavolette da 600 lire l'una? }

" +600 +600 +600 +600
600 → 1200 → 1800 → 2400 → 3000

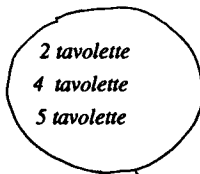
Ho aggiunto 5 volte 600 lire e ho visto che faceva 3000 lire".

Sabrina "ricuce", nel rendiconto verbale del suo calcolo, in modo sintetico, il suo ragionamento.

{Stesso problema):

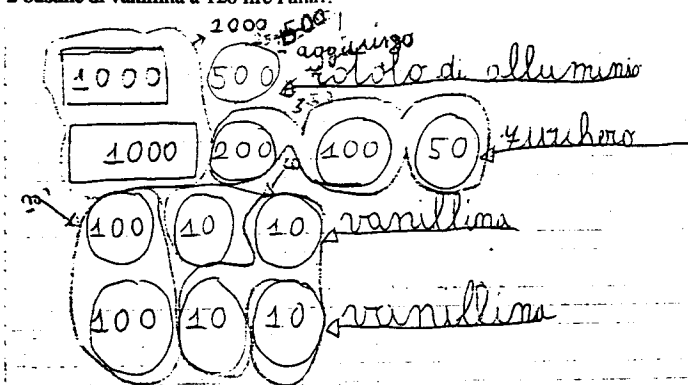
DANIELE:

" $600 + 600 = 1200$
 $1200 + 600 + 600 = 2400$
 $2400 + 600 = 3000$
 tutte e cinque fanno 3000 lire "



In quest'ultimo protocollo emerge anche un ulteriore elemento che sembra integrarsi funzionalmente alla rappresentazione delle strategie di calcolo: è un accorgimento di controllo del processo risolutivo che consente al bambino di tenere saldi i legami con il contesto (e i suoi vincoli) e con il calcolo. Se questo sembra essere un livello che, spontaneamente, è raggiunto durante la classe II solo dalla parte alta della classe, esso diventa un'esigenza per tutti i bambini quando il calcolo è complesso e richiede mezzi adeguati per gestirlo e controllarlo. A questo punto è interessante osservare che alcuni bambini in difficoltà ricorrono di nuovo al disegno delle monete (abbandonato in problemi dai valori monetari più semplici): a volte è l'insegnante che con i suoi suggerimenti cerca di ricondurre il bambino al materiale di cui egli ha ormai una esperienza lunga e profonda. Spesso il motivo che induce alcuni bambini a ricorrere spontaneamente al disegno delle monete è invece il bisogno di un "appiglio" alla manipolazione delle monete, essi ne hanno il ricordo e in occasione di difficoltà di conto necessitano della fissità e della sicurezza offerte dal disegno

SABRINA: {acquisto fatto dalla classe: un rotolo di alluminio, 1500 lire; un chilo di zucchero, 1350 lire; 2 bustine di vanillina a 120 lire l'una):



$200 + 40 = 240$

$200 + 100 + 50 = 350$

$2000 + 500 = 2500$

Metto insieme i risultati

FERRARA/SCALI 19

cioè 240, 1350, 2500 e fa 3090

$1500 + 1350 + 240 = 3090$

Notiamo che anche la proposizione di problemi in cui l'attenzione dei bambini è rivolta soprattutto alle difficoltà del calcolo costituisce in particolare (attraverso la rappresentazione della strategia di calcolo) un ulteriore ponte gettato verso il problema complesso: l'andare avanti e indietro nel ragionamento sui numeri pone al bambino problemi di controllo e di ristrutturazione del processo risolutivo e nello stesso tempo induce a considerare il complesso della situazione problematica (il sommare i prezzi nel caso di una spesa e così via...), a ordinare mentalmente i passaggi intermedi in vista del risultato finale.

Ci sembra di scorgere in tutto ciò tracce di un passaggio ripetuto da un ragionamento interiore a una esplicitazione esteriore che consente a sua volta avanzamento nel pensiero interno. Si prenda in considerazione questi protocolli, a titolo di esempio.

SARA S. {Problema di quanto costano 5 tavolette da 600 lire l'una}

*Quanto costano le 5 tavolette rima-
ste?

Se $600 + 600$ fa 1200 me aggiungo

600 e arrivo a 1800 ma non ne

ho aggiunte 5 tavolette, ne ho aggiunte

solo 3, ne devo aggiungere ancora 2

allora aggiungo ancora 600 e arrivo

a 2400 ma ho solo 4 tavolette, ne

devo aggiungere ancora 1, ne

aggiungo una e arrivo a 3000 lire.

$600 + 600 + 600 + 600 + 600 = 3000$

lire.

SARA P. {Problema :trova la spesa per fare il the per tutti-si sono spese 4500 lire per il the,850 lire per il latte, 2000 lire per lo zucchero,250 lire per i limoni}

FERRARA-SCALI 20

Calcolo quanto abbiamo speso in tutto.
(Prima rileggo il ragionamento che ho scritto ieri).

| | | |
|------------------------------|-----------------|---------------|
| $500 + 200 = 700$ | 500 del 4500 | 200 del 250 |
| $700 + 800 = 1.500$ | 700 " risultato | 800 " 850 |
| $1.500 + 100 = 1.600$ | 1.500 " " | 100 " 50 e 50 |
| $1.600 + 4.000 = 5.600$ | 1.600 " " | 4.000 " 2.500 |
| $5.600 + 2.000 = 7.600$ lire | 5.600 " " | 2.000 " 2.000 |

DANIELE F. (Stesso problema):

$\boxed{1000} \boxed{1000} \boxed{1000} \boxed{1000} \textcircled{500}$ (thé)
 $\boxed{1000} \boxed{1000}$ (zucchero)
 $\textcircled{200} \textcircled{50}$ (limoni)
 $\textcircled{500} \textcircled{200} \textcircled{50} \textcircled{50} \textcircled{50}$ (latte)

Io ho contato con le monete che:

$1000 + 1000 = 2000$
 $2000 + 1000 + 1000 = 4000$
 $4000 + 1000 + 1000 = 6000$
 $6000 + 500 + 500 = 7000$
 $7000 + 200 + 200 = 7400$
 $7400 + 50 + 50 = 7500$
 $7500 + 50 + 50 = 7600$

in totale 7600 lire "

Abbiamo a contare quanto abbiamo
 speso per i 3 vasi e poi a
 confrontarlo con lo scontrino portato
 da Manella.
 Ogni vaso costa 1.850; se divido
 le 1.850 in questo modo: le mille dei
 3 vasi; le mille da una parte e le
 ottocentocinquanta dall'altra parte
 e le cento. Queste sono le 1000 dei
 3 vasi: 1000 1000 1000 e queste
 sono le 850 sempre dei 3 vasi:
 850 850 850. Le 5 da 1000 dei 3
 vasi insieme fanno 3.000, a 3.000
 aggiungo le 3.850 e conto 3.850 +
 3.850 e arrivo a 4.700 + 800 e
 arrivo a 5.500 e poi 50 fa 5.550.
 Allora la maestra Manella in tutto
 ha pagato 5.550.

L'abilità di calcolo mentale consente ai bambini della fascia alta di dominare disinvoltamente, già in fase di elaborazione mentale interiore, i valori e i significati delle operazioni (con coerenza procedurale). La necessità di rappresentare il calcolo effettuato non è sempre necessità del bambino, ma suo adeguamento alla richiesta dell'insegnante; in certi casi, come negli esempi citati, ma soprattutto nell'ultimo, costituisce tuttavia la rappresentazione di "teoremi in atto" (Vergnaud) che il bambino produce nel momento del ragionamento risolutivo (proprietà distributiva, proprietà associativa) e che sono importanti nel passaggio ragionato alle tecniche di calcolo scritto delle operazioni. Dal punto di vista del "tempo" didattico (Chevallard) programmato dall'insegnante si giungerà così all'approccio ragionato alle tecniche di calcolo scritto (limitate a quella dell'addizione, nel primo ciclo), come passaggio naturale connesso alle strategie di calcolo più adeguate e universali dei bambini.

Notiamo che l'abitudine, maturata nel corso di molte attività di risoluzione dei problemi, di scomporre i valori in gioco per poi sommare i valori risultanti ad altri dello stesso ordine di grandezza e quindi operare cambi con valori di ordine maggiore, corrisponde a rappresentazioni mentali sui numeri e sul loro valore ormai consolidate. Queste rappresentazioni a loro volta derivano da stimoli diversi più volte ricordati in precedenza; occorre in tal senso citare anche l'uso nelle nostre classi dell'"abaco delle monete" che ha la funzione di rappresentazione visiva/iconica della possibilità di scomporre i prezzi secondo gli ordini di grandezza e le monete di valore unitario

per ogni ordine di grandezza:

2750 lire sull'abaco vengono composte con due banconote da 1000 lire, 7 monete da 100 lire, 5 monete da 10 lire. Naturalmente l'uso dell'abaco come supporto visivo viene dopo che il bambino si è misurato con l'uso reale delle monete nei pagamenti e con diversi modi di pagamento di uno stesso prezzo, e dopo che ha già sperimentato la necessità del cambio e il concetto di "valore": una moneta da 500 vale cinque monete da 100....

Questo facilita la comprensione, da parte dell'alunno, della formazione di un prezzo sull'abaco senza confonderla con la modalità di pagamento reale di quel prezzo con le monete a disposizione. In base a tutte queste considerazioni si capisce che in II l'incollamento degli addendi di un'addizione risulta la trasposizione di una rappresentazione mentale ormai consolidata:

2400

+ 500

mette in opera l'ordinamento di valori dotati di significato: il 5 esprime 5 monete da 100 lire e va incolonnato sotto il 4 che esprime 4 monete da 100 lire (corrispondenza con le strategie di calcolo spontanee: opera in modo analogo il bambino che "spezza", per sommarli, i prezzi: 2400, in 2000 e 400; 2500, in 2000 e 500.

Allo stesso modo $2400 + 700$ diventa come 7 monete da 100 che aggiunte alle altre 4 formano 11 monete da 100, quindi una banconota da 1000 lire (cambiamento dell'ordine di grandezza) e una moneta da cento.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- BOERO,P. (1986) *Sul problema dei problemi aritmetici nella scuola elementare*, L'INS. DELLA MAT. E DELLE SC. INT.
- BOERO,P.;FERRARI,P.L.; FERRERO,E. (1989) *Division problems: meanings and procedures in the transition to a written algorithm*, FOR THE LEARNING OF MATHEMATICS
- FERRERO,E.; SCALF,E. (1986) *Aspetti linguistici della risoluzione dei problemi...*, ATTI XI CONGRESSO U.M.I. SULLA DIDATTICA DELLA MATEMATICA, SUPP. N.U.M.I. N.11 (1987)
- FERRERO,E. (1990) *Strategie di calcolo e significati della sottrazione e della divisione tra 7 e 9 anni*, L'INS. DELLA MAT. E DELLE SC. INT.
- VERGNAUD,G. (1985) *Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation*, PSYCHOLOGIE FRANÇAISE
- VERGNAUD,G. (1986) *Interactions sujet-situations*, COMPTES RENDUS III-EME ECOLE D'ETE' DE DID. DES MATH., Grenoble, IMAG