

MATEMATICA

Obiettivi prioritari

Per quanto riguarda i problemi aritmetici e l'aritmetica, si tratta di :

- consolidare e approfondire i significati della sottrazione, della moltiplicazione e della divisione di contenenza, e portare a fondo il lavoro sulla divisione di partizione (in media, a fine anno questi obiettivi di apprendimento risultano raggiunti da oltre il 70% degli allievi)
- sviluppare la capacità di affrontare problemi a più operazioni (circa il 65% dei bambini a fine anno riesce a risolvere un problema standard a 2-3 operazioni che richiede addizioni, moltiplicazioni e sottrazioni)
- completare il lavoro di approccio consapevole alla tecnica di calcolo scritto standard della sottrazione, condurre (senza peraltro dedicare a ciò un tempo eccessivo!) il lavoro di approccio consapevole alla tecnica di calcolo scritto della moltiplicazione (almeno fino a calcoli del tipo 754×80 , cioè con moltiplicatore con una cifra significativa): a fine anno, oltre l'80% dei bambini in media ha conseguito questi obiettivi
- realizzare l'approccio costruttivo ad una tecnica di calcolo scritto della divisione a partire dalle strategie prodotte dai bambini (canalizzando opportunamente il lavoro della classe), nel contempo rafforzando la padronanza dei significati della divisione. A fine anno, oltre il 70% dei bambini riesce a pervenire al risultato (approssimato) di una divisione del tipo $7500 : 26$ con una strategia di calcolo abbastanza efficiente e prossima alla tecnica di calcolo scritto a cui si è pervenuti in classe, eventualmente con qualche limitato aiuto per indirizzare le prove successive; circa il 45% dei bambini è ormai padrone di tale tecnica, che usa in modo efficiente. Si tratta di un obiettivo assai importante, collegato direttamente ad una migliore padronanza dei significati della divisione e significativo dal punto di vista dei prerequisiti dell'informatica
- sviluppare le strategie di calcolo mentale, a partire dal consolidamento della padronanza della tabellina dell'addizione (affrontata in II) e dall'apprendimento della tabellina della moltiplicazione (I quadrimestre della classe III), fino a calcoli del tipo: $75 + 23$; $150 + 35$; e, se possibili, avvicinandosi, a fine anno, al calcolo a mente di 31×11 e di $272 + 43$. A fine anno, si può valutare in media attorno al 70 % la percentuale dei bambini che riescono ad effettuare a mente con sicurezza i primi due tipi di calcoli
- sviluppare la padronanza dei numeri decimali prima dell'introduzione della virgola, e realizzare un approccio significativo alla scrittura standard dei numeri decimali, mantenendo la padronanza del significato delle cifre oltre la virgola (in media, circa il 75% dei bambini a fine anno riesce autonomamente a scrivere una misura di lunghezza nella forma 1,37 m, obiettivo terminale di un percorso che ha-come vedremo- il punto più delicato nel lavoro con i valori monetari inferiori alla lira); iniziare - con cautela e gradualità!- ad usare le frazioni più semplici ($1/2$, $1/4$, $3/4$, $1/10$) come "operatori" sulle grandezze (mezzo metro, un quarto di litro, mezzo chilo.... un decimo di centimetro= un millimetro); la scrittura corrente delle frazioni (come $5/6$) non è ancora un obiettivo per la classe III.

Per quanto riguarda la geometria, gli obiettivi prioritari riguardano:

- la padronanza delle misure di lunghezza, con uso delle unità di misura tra il millimetro ed il metro e la consapevolezza (e la capacità di fare uso del fatto) che in un centimetro ci sono 10 millimetri, in un decimetro 10 centimetri, in un metro 10

decimetri e 100 centimetri (si hanno buoni risultati nelle prove di fine anno per oltre il 75% dei bambini);

- l'approccio a misure di peso e capacità (anche come supporto al lavoro sui decimali);

- lo sviluppo della rappresentazione grafica dello spazio per quanto riguarda lo spazio visibile di dimensioni medie (spazio delle ombre dei bambini, dei bastoni, delle case, ecc.);

- l'individuazione e la rappresentazione delle relazioni tra posizione del sole e direzione dell'ombra in un dato momento, e durante la giornata;

- la riduzione in scala di lunghezze, per scale semplici da gestire (1/2 ; 1:10) (con qualche aiuto nel ricercare una scala adatta, ma autonomia nell'eseguire la riduzione una volta fissata la scala);

- il tracciamento e la lettura di semplici grafici relativi a fenomeni che variano nel tempo (lunghezza delle ombre, prezzi, ecc.);

(oltre due terzi dei bambini raggiungono a fine anno sufficienti risultati di apprendimento per queste abilità).

Per quanto riguarda la logica e l'informatica, i bambini devono estendere ed approfondire la padronanza consapevole dei connettivi di interesse "tecnologico" e devono iniziare ad usare il periodo ipotetico per le esigenze del lavoro sulle "ipotesi" in campo scientifico e per i "controlli" in ambito tecnologico; devono altresì acquisire gradualmente maggior familiarità con l'uso dei grafi, eventualmente iniziando (nel secondo quadrimestre) ad esprimere il "controllo" con il rombo.

Per la statistica deve continuare ed approfondirsi il lavoro avviato in II sulla rappresentazione grafica dei fenomeni che variano nel tempo (già considerata a proposito della misura) e l'uso di istogrammi tutte le volte che se ne presenta l'opportunità ; si inizia a fare uso sistematico di tabelle (almeno per quanto riguarda la lettura dei dati; la costruzione può essere iniziata sotto la guida dell'insegnante).

Per la probabilità le esperienze finora condotte in III sono dello stesso tipo (e hanno gli stessi obiettivi) di quelle descritte in II.

Linee di lavoro ed indicazioni operative specifiche

Per quanto riguarda i problemi ed i significati delle operazioni, è necessario (come in II) utilizzare le molte occasioni offerte dalle unità didattiche della classe III, in particolare:

- nel lavoro di "Storia della famiglia e degli ultimi 100 anni", l'utilizzazione di una parete dell'aula per la "linea del tempo" relativa alla vita di un nonno o di un genitore offre occasioni per affrontare problemi del tipo: " *quanti cm per ogni anno di vita*" (divisione "di partizione") e : " *se decidiamo di usare un foglio di 42 cm per 10 anni, quanti decenni possiamo riportare sulla parete?* " (divisione "di contenenza"). (cfr. *Linee metodologiche*)

I confronti di prezzi con il passato (epoca dei genitori e dei nonni) consentono di proporre numerosi problemi di contenenza, assai utili per consolidare il significato di "contenenza" in ambito monetario e per analizzare diversi tipi di variazioni quantitative (approccio assai elementare all'inflazione, al potere d'acquisto, ecc.) . Esempi di problemi di questo tipo sono : " *quanti chili di carne si potevano*

comperare con un mese di stipendio di un operaio qualificato nel 1935? Ed ora ? "; " di quante volte è aumentato il costo di un giornale tra il 1951 ed il 1991? "

Si presentano in modo assai naturale anche problemi di durate (calcoli di durate, confronti di durate...)

- nel lavoro sulle "Ombre del sole" si presentano spontanei numerosi problemi "di contenenza" : *"quante volte l'ombra delle 9 è più lunga di Dario?"; "quante volte il foglio di 21 cm sta nella lunghezza dell'ombra di Dario alle 12? "* ; e anche alcuni problemi "di partizione" : *"abbiamo visto che prendendo uno spago lungo come l'ombra più lunga che abbiamo registrato ieri e dividendolo in quattro parti uguali, riusciamo a riportare l'ombra sul tabellone; riportiamo ora, dividendole in quattro parti uguali, tutte le tre ombre registrate ieri"*; ovviamente ci sono molte occasioni di affrontare problemi di confronto e di sottrazione (confronto tra le ombre di due bambini alla stessa ora , o di un bambino ad ore diverse, stabilendo *"di quanto l'ombra delle ... è più lunga dell'ombra delle ..."*)

- nel lavoro di "economia" sono frequenti e naturali i problemi a più operazioni (legati al costo della realizzazione delle ricette : 6 uova, 2 kg di farina, 4 etti di burro...), come anche i problemi di sottrazione (*"quanto manca? "* *"quanto resta? "*, *"quanto di resto?"*) ed i problemi di divisione: "di contenenza " (*"quanti...possiamo comprare con ..."*) e di "partizione" (ripartizione dei costi degli attrezzi usati sul numero delle volte che si pensa di ripetere la produzione; suddivisione dei costi di produzione tra i bambini della classe o delle classi che consumeranno un certo prodotto...)

Per quanto riguarda i formalismi, è opportuno (come vedremo) rinviare il più possibile, nel corso della III, l'introduzione del segno : (diviso).

Sarebbe bene introdurre il segno : solo negli ultimi due mesi di scuola come indicatore della strategia di calcolo che consente di trovare il risultato sia per un problema di "contenenza" che per un problema "di partizione" (*vedi nel seguito*).

Per quanto riguarda il segno \times , è opportuno evitare di "forzare" i bambini a scrivere (nelle addizioni ripetute) il "numero di volte" sempre dopo la quantità che si ripete (o sempre prima). Il testo del problema può infatti suggerire di scrivere il "numero di volte" prima o dopo la quantità che si ripete (nel caso di *"quanto costano 3 etti di prosciutto, se ogni etto costa 1800 lire"* viene naturale scrivere 3×1800 ; mentre nel problema "un barattolo di marmellata costava 1800 lire; Stefania ne ha comprati tre: quanto ha speso ? " è più naturale scrivere 1800×3). La flessibilità nella scrittura di 3×1800 e di 1800×3 può consentire, con il passare del tempo, ai bambini di organizzare liberamente l'ordine di scrittura in modo da rendere più agevole il calcolo in situazioni in cui occorre calcolare ad esempio 30×548 .

Per quanto riguarda le tecniche di calcolo scritto delle operazioni, l'esperienza di questi anni prova che sono praticabili senza grosse difficoltà le seguenti linee di lavoro:

* partendo da problemi (ma anche a lato delle unità didattiche!) si consolida la tecnica di addizione in colonna e si porta avanti il lavoro sulla tecnica della sottrazione in colonna (utilizzando ancora l'abaco delle monete come riferimento significativo in particolare per l'addizione "con riporto" e per la sottrazione "con prestito")

* per quanto riguarda la moltiplicazione (a cui dedicare il minimo tempo occorrente, visto che si tratta di una operazione abbastanza "facile" per i bambini) , mentre i bambini stanno memorizzando la tabellina della moltiplicazione si può (in

situazioni significative !) fare osservare che nelle moltiplicazioni (cioè addizioni ripetute) per 10 succede la stessa cosa che succede nel passaggio con le monete da 10 a 100 e da 100 a 1000, e da 50 a 500,... cioè "prendere 10 volte tanto" è come "aggiungere uno zero" ; si può poi passare alla moltiplicazione per 100 e per 1000, e infine osservare con i bambini che 7×20 e 20×7 " sono come $7 \times 2 \times 10$ e $2 \times 7 \times 10$ " (è inutile, in III, dare un nome alle proprietà che si usano; importante è che i bambini gradualmente si impadroniscano di tali proprietà usando come riferimento significativo le monete) . Alla fine di questo lavoro preparatorio (che si può affiancare alle unità didattiche) i bambini dovrebbero essere in grado di calcolare , usando la tabellina della moltiplicazione che stanno imparando, 30×8 , 300×8 , 8×30 e 8×300

* quando la maggior parte della classe conosce almeno in parte la tabellina della moltiplicazione e sa eseguire i calcoli sopra indicati, si può (a partire da strategie di calcolo che i bambini frequentemente usano fin dalla seconda, soprattutto in problemi in cui intervengono valori monetari) fare notare che $320 = 300 + 20$ e che quindi moltiplicare 320×4 (cioè ripetere 320 per 4 volte) è come moltiplicare 20×4 (cioè contare 4 volte 20) e poi aggiungere 300×4 . Temporaneamente si può utilizzare la scrittura:

$$320 \times 4 =$$

$$\begin{array}{r} (20 \times 4) \qquad \qquad 80 + \\ (300 \times 4) \qquad \qquad 1200 = \\ \hline 1280 \end{array}$$

salvo poi gradualmente passare all'esecuzione a mente, "in riga".

* il passaggio a 320×40 , 320×400 non comporta ulteriori difficoltà (se è stato condotto bene il lavoro precedente sulla moltiplicazione per 10, 100, 1000 e relativi sviluppi).

A questo punto (febbraio della classe III) i bambini sanno eseguire calcoli di numeri a più cifre significative per numeri con una cifra significativa (eventualmente seguita da uno o più zeri): per il momento può bastare, in quanto per la tecnica della divisione non occorre altro.

In seguito, nei ritagli di tempo, tra la fine della III e l'inizio della IV si potrà insegnare (o meglio, arrivare con i bambini in modo naturale, senza però perderci su troppo tempo) alla tecnica di calcolo scritto di moltiplicazioni con fattori aventi entrambi più di una cifra significativa; ad esempio nel caso di 325×43 ci si potrà basare su strategie che già alcuni bambini usano e fare osservare che si può "ripetere 325 3 volte e poi aggiungere 325 per 40 volte"

$$325 \times 43 =$$

$$\begin{array}{r} (325 \times 3) \qquad \qquad 975 + \\ (325 \times 40) \qquad \qquad 13000 = \\ \hline 13975 \end{array}$$

(si noti che la scrittura in riga dei fattori è preferibile perchè è quella standard degli adulti, e inoltre è coerente con le procedure che si usano nel calcolo in riga di 325×40 e di 325×3)

* per quanto riguarda la divisione, tenuto anche conto del fatto che i nuovi programmi prevedono che i bambini capiscano le tecniche di calcolo che imparano è bene abbandonare l'insegnamento, in III, della tecnica ordinariamente insegnata in Italia ed in altri Paesi e fare partecipare i bambini (sotto la guida del maestro) alla

costruzione graduale di una tecnica diversa ("araba", o "siciliana", o "canadese", o "Nuffield" che dir si voglia). I vantaggi di questa scelta (che, come vedremo, devono essere presentati con cura ai genitori) sono i seguenti:

- a) i bambini arrivano presto (già in III) a eseguire divisioni con divisori a due o tre cifre
- b) i bambini mantengono il controllo del significato di quello che fanno mentre eseguono il calcolo, e possono correggere eventuali errate valutazioni intermedie senza rifare il calcolo dall'inizio
- c) i bambini rafforzano la padronanza dei significati della divisione
- d) i bambini svolgono una attività (passaggio dalle strategie personali ad una tecnica universale) molto importante dal punto di vista informatico (nel lavoro informatico si tratta molte volte di individuare e utilizzare algoritmi "economici" e di validità generale in un certo ambito, ed essi sono spesso prodotti generalizzando strategie valide in situazioni particolari).

Punto di partenza (da novembre in poi) devono essere problemi significativi per i bambini, di "contenenza" e di "partizione", inseriti nelle normali attività della classe. I bambini vanno incoraggiati a raggiungere buone stime del risultato, utilizzando via via le strategie più efficaci che sono prodotte in classe dopo averle confrontate con l'aiuto del maestro.....

(cfr. articolo di Enrica Ferrero, nelle Linee Metodologiche).

Verso la fine di marzo i bambini dovrebbero cominciare a capire (sotto la guida del maestro) che la strategia più "economica"(che cioè richiede calcoli più semplici) e "generale "(che cioè si adatta a tutti i problemi) consiste nello svuotare progressivamente il dividendo delle centinaia di volte, delle decine di volte, delle volte che il divisore sta nel dividendo, e poi in quello che resta, e così via.

Nelle ultime settimane di scuola (o all'inizio della IV) si possono cominciare a organizzare in forma standard i calcoli sul quadernone, in modo da dare ordine al lavoro : a sinistra le successive sottrazioni, a fianco le corrispondenti moltiplicazioni per "svuotare quello che resta", e sulla destra i tentativi per trovare le moltiplicazioni adatte

E' bene condurre il lavoro di approccio ragionato alla tecnica di calcolo direttamente con divisori a due cifre (eventualmente anche a tre); ciò dà ai bambini (ed anche ai loro genitori) la coscienza di imparare una cosa impegnativa e inoltre evita di perdere tempo nel passaggio da una a due cifre, e poi da due a tre.

A proposito dei genitori, mi sembra opportuno ribadire qui che essi vanno informati della scelta che si intende fare, che va motivata con le ragioni indicate in a), b), c) , d) e con il richiamo dei nuovi programmi (là dove prescrivono che le tecniche di calcolo vanno capite). Parecchi maestri hanno anche provato con successo a spiegare ai genitori la tecnica alla quale si perviene. I maestri che lo ritengano opportuno devono tenere presente (e possono comunicare ai genitori) che in V, dopo avere introdotto allo stesso modo la divisione con i numeri decimali (che così diventa perfettamente comprensibile ai bambini!), è possibile riorganizzare senza difficoltà lo schema dei calcoli in modo da ottenere la tecnica "latina" usuale (bastano poche ore di esercizio!).

Infine, un suggerimento che si sta rivelando (nelle esperienze degli ultimi due anni) assai utile: è opportuno riservare l'uso del segno : alla strategia di calcolo (unificata!) che consente di pervenire al risultato di un problema di divisione "di contenenza" o di un problema di divisione " di partizione" e quindi rinviare l'introduzione del segno : a quando (dopo febbraio) i bambini cominciano a rendersi conto che sia nella

suddivisione di una somma in 21 parti, che nella ricerca di quanti fogli da 21 centimetri possono essere affiancati su una data parete, si procede con strategie di calcolo sostanzialmente analoghe ("provo per", ecc.).

Il segno : potrà, da quel momento in poi, essere riservato per indicare tale strategia comune di calcolo per problemi di natura diversa, in cui sono presenti significati assai diversi della divisione ("contenenza" e "partizione").

Per quanto riguarda il calcolo mentale, si suggerisce (a lato delle unità didattiche) di svolgere, fin dall'inizio dell'anno, attività di calcolo mentale utilizzando "tempi morti", e/o "ritualizzando" 15/20 minuti di lavoro al giorno, con regolarità .

Le attività di calcolo mentale dovranno riguardare:

- * l'apprendimento della tabellina della moltiplicazione (con attività di memorizzazione che è bene assegnare anche come "compito a casa"), a cui dedicare almeno il periodo da ottobre a gennaio-febbraio

- * il calcolo a mente di addizioni con strategie di scomposizione e ricomposizione (per tutto l'anno).

Si suggerisce di fare munire tutti i bambini di una lavagnetta, sulla quale i bambini scrivono il solo risultato del calcolo che l'insegnante propone alla lavagna, voltando poi la lavagnetta; a richiesta dell'insegnante i bambini levano in alto la lavagnetta, e così l'insegnante può controllare quanti bambini hanno saputo calcolare correttamente; successivamente l'insegnante può chiedere ai singoli bambini di spiegare come hanno fatto, e così avviene la socializzazione delle diverse strategie utilizzate.

Si suggerisce di partire da calcoli abbastanza semplici (ad esempio $20+12$), per poi gradualmente passare a calcoli un poco più complessi (come $35+27$), e infine arrivare, nel corso del II quadrimestre, ai primi calcoli del tipo: $212+32$; $270+41$ e infine $276+42$

- * da novembre/dicembre in poi, il calcolo a mente di moltiplicazioni in cui si sfruttano le "scoperte" fatte a proposito della moltiplicazione per 10, per 100 e per 1000

(ad esempio : 3000×7 ; 12×20)

- * nel corso del secondo quadrimestre, i primi calcoli a mente di moltiplicazioni nelle quali si scompone uno dei fattori (ad esempio: $13 \times 11 = 13 \times 10 + 13$)

L'approccio ai decimali avviene all'interno delle unità didattiche: fin dall'inizio dell'anno (continuando attività che sarebbe stato opportuno avviare in II) i bambini si abituano a misurare in "centimetri e millimetri", "metri e centimetri", "decimetri e centimetri" . Verso la metà dell'anno le misure di capacità consentono di osservare (sul bicchiere graduato) che "4 decilitri" è come "4 decimi di litro" ; anche sul righello si può osservare che "3 cm" è come "3 decimi di decimetro" ; nel corso del II quadrimestre (marzo/aprile) l'introduzione delle monete dei nonni, con esercizi di "pagamento di prezzi" ,e il prolungamento dell'abaco delle monete ai "decimi di lira" ed ai "centesimi di lira " consentono di lavorare con "lire e centesimi" e osservare che la moneta da 10 centesimi vale un decimo di lira (ce ne vogliono dieci per fare una lira).

A questo punto (aprile- inizio maggio) è matura l'introduzione "significativa" della virgola , che è bene appoggiare all'abaco delle monete e ai prezzi dell'epoca dei nonni e poi trasferire alle misure di lunghezza (in quanto l'abaco delle monete, con le colonne delle lire, dei "decimi di lira" e dei "centesimi di lira", suggerisce che " 2 lire e 5 centesimi" si scrive " 2,05 lire" più di quanto l'esperienza di misura di lunghezze

suggerisca che "2 metri e 5 centimetri" si scrive " 2,05 m"; e in quanto le misure di lunghezza offrono un supporto percettivo importante per identificare il valore delle cifre oltre la virgola).

Per la geometria, le attività di misura delle ombre, e anche le attività inerenti la costruzione della linea del tempo in Storia, consentono di migliorare gradualmente la padronanza delle misure di lunghezza. Sempre le attività sulle ombre consentono di sviluppare progressivamente la padronanza delle riduzioni in scala (dall'uso di scale molto semplici - 1 quadretto per 1 cm, ovvero 1 quadretto per 10 cm, fino a scale necessarie per una buona utilizzazione del foglio di quadernone). Una occasione importante per la riduzione in scala e, più in generale, per la padronanza delle misure di lunghezza è offerta dalla costruzione dei grafici: lunghezza delle ombre in varie ore della giornata lunghezza delle ombre alla stessa ora in diversi giorni dell'anno e poi, negli ultimi mesi di scuola, anche grafici di prezzi di vari beni (negli ultimi venti o trenta anni).

Le produzioni in classe consentono di realizzare in modo graduale e significativo l'approccio alle misure di peso e di capacità con le unità di misura (chili, etti, grammi; litri, decilitri, centilitri) e gli strumenti (bilancia da cucina; cilindro graduato) d'uso più comune.

Per quanto riguarda la rappresentazione dello spazio, dopo il lavoro di II sul "percorso" (che ha costituito per i bambini un primo approccio a vari aspetti della problematica della rappresentazione dello spazio, con buoni risultati di apprendimento per una parte soltanto della classe) si tratta di riprendere taluni aspetti soltanto, mirando però a più estesi e sicuri risultati di apprendimento. L'unità didattica "Le ombre del Sole" consente di realizzare ciò fissando l'attenzione sulla rappresentazione grafica di vari aspetti del fenomeno, in particolare per quanto riguarda:

- le relazioni tra posizione del Sole e ombra (direzione dell'ombra, lunghezza dell'ombra in relazione all'altezza del Sole, conservazione della "larghezza" dell'oggetto nell'ombra proiettata, legami tra appoggio sul terreno dell'oggetto e inizio dell'ombra - tutto ciò naturalmente a livello solo qualitativo, il che vuol dire cogliere- e disegnare- che l'ombra si trova dalla parte opposta del sole rispetto all'oggetto che la proietta, che l'ombra è tanto più lunga quanto il sole è più basso, ecc.)

- il modo di ruotare dell'ombra al muoversi del Sole nel cielo; a questo proposito c'è la questione delicata del punto di vista: se ci si colloca di fronte al sole, si vede ruotare il Sole da sinistra verso destra- e l'ombra in senso opposto, da destra verso sinistra; se però ci si colloca con le spalle al sole, l'ombra ruota da sinistra verso destra. Ci si può limitare a queste osservazioni, e alle relative discussioni e rappresentazioni grafiche, in quanto sarebbe prematuro introdurre i punti cardinali e dire che il Sole si sposta da Est vero Ovest - molti bambini arrivano in I media convinti che il Sole nasca ad Est e tramonti ad Ovest, e restano assai sconcertati quando scoprono che a seconda dal periodo dell'anno il Sole può nascere pressochè a Nord -Est ovvero a Sud-Est

- spazio d'ombra: non è affatto immediato per i bambini (e nemmeno per gli adulti!) rendersi conto che sul terreno l'ombra non è altro che la traccia corrispondente ad uno "spazio d'ombra" costituito da tutta la zona (tridimensionale) che resta in ombra. Entrando ed uscendo dall'ombra con il corpo (gioco ad occhi bendati dell'"*indovina se sei al sole o all'ombra*") ovvero con un grosso foglio da disegno è possibile percepire lo "spazio d'ombra" e rappresentarlo graficamente. Può trattarsi anche della

prima occasione in cui i bambini (seguendo i confini dello "spazio d'ombra") si rendono conto del percorso rettilineo dei "raggi di luce" che delimitano lo spazio d'ombra.

Presupposti teorici

Oltre ai principi generali riguardanti la costruzione dei significati delle operazioni aritmetiche e la risoluzione dei problemi esposti negli articoli di Dapuzo, Ferrari e Rogantin e di Boero sul volume VI del Rapporto Tecnico, ripresi sinteticamente nelle presentazioni dei piani di lavoro delle classi I e II, mi pare importante sottolineare i seguenti aspetti:

- ancora per quanto riguarda i significati delle operazioni aritmetiche e la padronanza dei loro formalismi standard, la proposta di indicare con il segno : il procedimento di calcolo che consente di trovare il risultato nelle situazioni di "contenenza" e di "partizione" è motivata per il fatto che quello che noi chiamiamo "divisione" in realtà è un modello matematico (e precisamente: uno schema universale di calcolo) efficiente per affrontare una gamma molto diversificata di situazioni problematiche. In effetti, possiamo chiederci cosa hanno in comune problemi come questi:

a) quanti fogli da 21 cm posso sistemare, uno di fianco all'altro, lungo una parete di 480 cm ?

b) per una gita una classe di Los Angeles spende 480 dollari ; quanto deve pagare ognuno dei 21 bambini della classe ?

c) la nave percorse 480 km in 21 ore; a quale velocità media viaggiò ?

L'elemento unificante comune è l'effettuazione del calcolo che normalmente indichiamo con $480:21$.

In questo modo, al primitivo (e intuitivo) significato del "dividere" come "suddividere", legato al linguaggio comune, si sovrappone il significato di "divisione" come "operazione matematica" che produce il risultato voluto in una vasta gamma di situazioni (compresa quella di "suddivisione").

Vale anche la pena di notare peraltro, a livello adulto, che tutte le tecniche più diffuse della divisione (quella "araba" o "canadese" che dir si voglia, come quella latina) si basano in realtà su un ragionamento "di contenenza" (e non " di partizione") : lo svuotamento progressivo del dividendo e dei successivi resti è legato alla "contenenza" !

Un problema interessante che si pone è quello della possibilità di estendere questa impostazione al caso della sottrazione (altra operazione che presenta una grande molteplicità di significati); questo vorrebbe dire introdurre il segno - per indicare la tecnica di calcolo scritto in colonna, usando prima di allora solo le parole (per il caso del "sottrarre da") o il segno + (nel caso del "completare") . La questione è delicata, in quanto nel caso della sottrazione è forse opportuno invece designare con lo stesso segno sia la tecnica di calcolo scritto che il significato di "togliere da" (su cui la tecnica si basa): finora questa è la scelta che si è fatta nel progetto;

- per quanto riguarda l'introduzione dei numeri decimali, è opportuno riflettere sul fatto che anche storicamente la loro introduzione (nel 1585) avvenne estendendo le regole che valevano per la rappresentazione decimale-posizionale dei numeri interi alle loro "decime parti", "centesime parti",ecc.; quindi il ruolo decisivo del prolungamento dell'abaco delle monete oltre le lire risulta giustificato non solo dai buoni risultati di apprendimento che si ottengono, ma anche dall'analogia storica . In particolare si sottolinea che il grosso scoglio rappresentato dalla necessità di interporre uno 0 tra 2 (metri) e 5 (centimetri) - uno zero di cui non si ha traccia

nella numerazione orale !- viene facilmente superato dai bambini quando devono scrivere " due lire e cinque centesimi" per analogia con quanto succede con "duecentocinque lire " , attraverso il ruolo mediatore dell'abaco delle monete (che "sollecita " a considerare ordinatamente tutte le successive posizioni e a chiedersi quante unità ci sono sulle corrispondenti colonne).

- per la geometria si rinvia agli articoli di Dapuzo e di Boero sul volume VI del Rapporto Tecnico. Può essere opportuno sottolineare il rilievo crescente che di anno in anno sta assumendo il lavoro sullo "spazio d'ombra"; forse in futuro sarà possibile appoggiare a tale lavoro la modellizzazione graduale completa del fenomeno delle ombre, seguendo una impostazione dell'insegnamento della geometria che suggerisce di partire dalle situazioni tridimensionali per progressivamente introdurre le figure piane ,e successivamente le linee. In sostanza, si tratterebbe di lavorare prima sullo spazio d'ombra, per poi rappresentarne sul foglio una "sezione" che permette di evidenziare il "triangolo d'ombra" e di individuare il percorso rettilineo del raggio di luce che lo delimita.